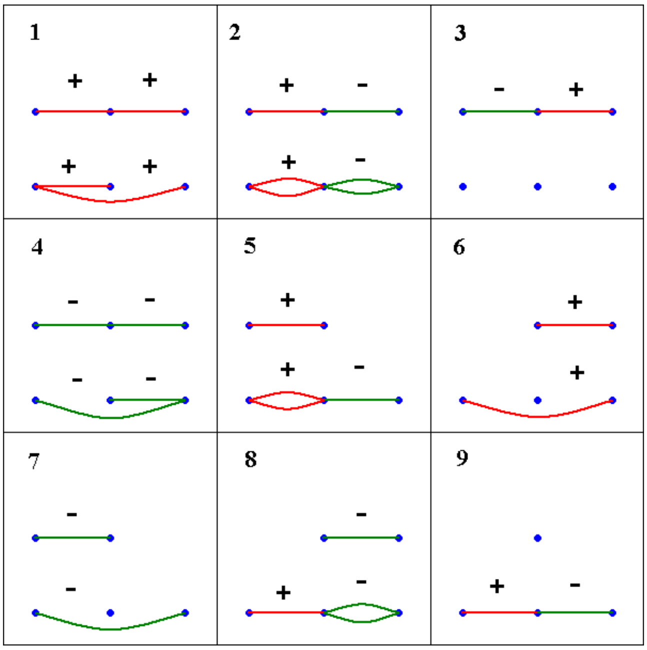
Wilde Raumzeit



Betti Österholz

Betti_Oesterholz@gmx.de

www.BioKom.info

Potsdam, 2. August 2009

Copyright (c) 2005 Betti Österholz

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts.

A copy of the license is included in the section entitled „GNU Free Documentation License“.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine Theorie für ein Universum aufgestellt. Diese baut auf einem einfachen Konstrukt von Distanzen bzw. Verbindungen, Kanten auf und es bildet ein komplexes Universum aus. Kernstück der Theorie sind zwei Arten von Distanzen die sich gegenseitig aufheben und die an Punkten (den Enden von Distanzen) jeweils paarweise (eine Distanz von jeder Art) entstehen können. Die Elemente der Theorie werden aufgestellt und theoretisch untersucht.

Für die Theorie wurden Simulatoren geschrieben mit dem Testreihen von Folgen aus Raumuniversen (das Universum zu einem Zeitpunkt) generiert werden können.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Intention

Die folgende Theorie ist aus einer Überlegung über die Art unseres Universumums entstanden. In wie weit sie diesem nahe kommt, kann ich jedoch noch nicht sagen.

Dabei wurde versucht eine in ihren Grundannahmen möglichst einfache Theorie zu schaffen. Denn akkuratere physikalische Theorien gehen meist auch mit einfacheren Grundannahmen einher. Die Theorie sollte möglichst nicht an andere Konzepte gebunden sein, wie den euklidischen Raum. Sie sollte auch theoretischen und logischen Überlegungen standhalten.

Als grundlegende physikalisch Eigenschaften wurde versucht folgende zu realisieren:

Kleinste Einheiten: Es sollte kleinste, diskrete Einheiten geben. Denn erstens zeigen moderne physikalische Experimente, dass irgendwann eine kleinste Grenze erreicht wird. Zweitens ist es nicht möglich unendlich kleine Einheiten zu beobachten, sondern nur endliche. Hierhinter steckt der Konstruktivismus. Drittens hätte ein Raum mit unendlich kleinen kleinsten Einheiten, auf jedem endlichen Bereich wohl unendlich Komplexität. Es würden dann in der Theorie viel Unendlichkeiten auftauchen, mit denen nicht vernünftig umgegangen werden kann.

Masse- und Energieerhaltung: Es sollte vermieden werden, dass etwas (z.B. Energie) aus nichts entsteht.

Neues entstehen: Da die Frage nach dem Anfang des Ganzen gestellt werden kann, muss es möglich sein, dass in gewisser Weise doch etwas neues entsteht.

Nachbarschaftsbeziehungen: Es sollte eine Nachbarschaftsbeziehung geben, die Bewegungen erlaubt. Beziehungsweise der Raum sollte zumindest teilweise zusammenhängend sein, so dass sich etwas in ihm ausbreiten und bewegen kann.

Dimensionen/Richtungen: Es sollte etwas möglich und wahrscheinlich sein was unseren drei Raum- oder Ausbreitungsrichtungen nahe kommt.

Zeit: Weiterhin sollte es eine von den Raumdimensionen sich unterscheidende Zeitdefinition geben.

Wahrscheinlichkeiten: Was Wahrscheinlichkeiten, z.B. von Ereignissen, sind, sollten durch die Definition des Universums erklärt werden.

Komplexität: Das Universum sollte komplexe Strukturen und Zusammenhänge ausbilden können.

2 Lösung

Die Theorie basiert darauf, dass es im Endeffekt nur Distanzen (bzw. Verbindungen, im Graphen Kanten) gibt. Punkte sind nur als Endpunkte von Distanzen zu sehen und damit nur ein Hilfskonstrukt für Erklärungen. Es kann nicht wirklich eine neue Distanz entstehen, sondern es können sich nur Nulldistanzen aufspalten zu einer positiv $(+)$ Distanz und einer negativ $(-)$ Distanz, die zusammen eine Nulldistanz (also keine Distanz) ergeben. Zwei Punkte können nicht gleichzeitig durch positive und negative Distanz verbunden sein (sie heben sich zu einer Nulldistanz auf). Es gibt nur diese zwei Distanzen $(+; -)$, um die Theorie möglichst einfach zu halten, die Nulldistanz ist eigentlich „nichts“.

Nachbarpunkte sind Punkte die durch Distanzen verbunden sind. In gewisser weise ist jeder Punkt sein eigener Nachbar, da er mit sich selbst durch eine Nulldistanz verbunden ist. Punkte sind die Orte an denen sich Nulldistanzen aufspalten. Wenn sich an einem Punkt eine Nulldistanz aufspaltet, ist der Punkt der Entstehungspunkt der neuen Distanzen. Wobei beim Aufspalten einer Nulldistanzen (einer Transition), die entstehenden Distanzen entweder zu Nachbarpunkten oder zu einem neuen Punkt gehen. Der neue Punkt ist der Entstehungspunkt selbst, der ja Nachbar zu sich selbst ist. Transitionen sind der einzige Grund für die Nachbarschaftsbeziehung in der Theorie. Ein Raumuniversum ist eine Menge von Distanzen (bei mehreren unterschiedliche Distanzen können die Endpunkte gleich sein). Solch ein Raumuniversum kann man sich als ungerichteten Graphen mit zwei Arten von Kanten (für die positiven und negativen Distanzen) vorstellen.

Das Anfangsraumuniversum des Universums ist ein leeres Raumuniversum in dem sich eine Nulldistanz aufspaltet. Dies ist möglich, da die Nulldistanz ja nichts ist. Es ist die Vorstellung möglich, dass sich in einem Raumuniversum auch an keinen Punkten Nulldistanzen aufspalten. Allerdings können nicht zusammenhängende Teile eines Raumuniverums nie wieder zusammenhängen, deshalb ist die Vorstellung, dass sich Distanzen nur an Punkten aufspalten, sinnvoll, da sie nur so Einfluss auf bestehende Teile des Raumuniversums haben können.

Im allgemeinen können verschiedene zusammenhängende Teile eines Raumuniversums separat betrachtet werden, da sie zukünftig keinen Einfluss aufeinander nehmen können.

Wenn sich zwei Nulldistanzen an einem Punkt aufspalten geschieht dies nacheinander, es sind zwei getrennte Prozesse bzw. Transitionen.

Eine Distanz kann niemals den gleichen Punkt als zwei seiner Endpunkte haben. Sollte dieser Fall anscheinend auftreten teilt sich der Endpunkt und eine neuer Punkt entsteht.

2.1 Definitionen

Im Nachfolgenden sind einige Definitionen aufgestellt, die der besseren Handhabbarkeit der Theorie dienen.

Definition 1 *Eine **Distanz** d ist ein paar von (End-)Punkten $d = (p_1, p_2)$.*

Distanzen sind die elementaren Bestandteile der Theorie.

Definition 2 *Ein **Distanzzug** D ist eine Liste von Distanzen $D = \{(p_1, p_2), (p_2, p_3), \ldots, (p_{n-1}, p_n)\}$, wobei von den zwei Endpunkte einer Distanz jeweils einer auch ein Endpunkt der Vorgängerdistanz und der andere Endpunkt der Nachfolgerdistanz ist, wenn eine Vorgänger- bzw. Nachfolgerdistanz vorhanden ist.*

Definition 3 *Die **positiven bzw. negativen Nachbar(-punkte)** p_n eines Punktes p, sind die Punkt die mit ihm (p) durch eine positive bzw. negative Distanz verbunden sind.*

Da zwei Punkte nur durch positive oder negative Distanzen verbunden sein können, Punkte nur als Endpunkte von Distanzen existieren können und kein Punkt mit sich selbst verbunden ist, ist jeder Punkt entweder ein positiver oder negativer Nachbarpunkt eines zweiten Punktes.

Definition 4 *Ein **Raumuniversum** RU ist ein Tripel der Form $RU = (Dp, Dn, P)$, dabei ist P die Menge der Punkte, Dp die Multimenge der positiven und Dn die Multimenge der negativen Distanzen. Für alle Elemente $d = (p_1, p_2) \in (Dp \cup Dn)$ gilt $p_1, p_2 \in P$.*

Der Multimengenbegriff mit entsprechenden Operatoren wird im Abschnitt 12 auf Seite 51 definiert.

Definition 5 *Die **Größe** oder der **Betrag** ($|RU|$) eines Raumuniversums RU ist die Anzahl der Distanzen in ihm. $|RU| = |Dp| + |Dn|$ mit $RU = (Dp, Dn, P)$*

Definition 6 *Zwei **Raumuniversen** RU_1 **und** RU_2 **sind gleich** ($RU_1 = RU_2$), wenn $(RU_1 = (Dp_1, Dn_1, P_1)) \wedge (RU_2 = (Dp_2, Dn_2, P_2)) \wedge (Dp_1 = Dp_2) \wedge (Dn_1 = Dn_2) \wedge (P_1 = P_2)$ gilt, also ihre Elemente gleich sind.*
$(RU_1 = RU_2) \Leftrightarrow (RU_1 = (Dp_1, Dn_1, P_1)) \wedge (RU_2 = (Dp_2, Dn_2, P_2)) \wedge (Dp_1 = Dp_2) \wedge (Dn_1 = Dn_2) \wedge (P_1 = P_2)$

Definition 7 *Ein **Raumuniversum** RU_1 **ist Teil eines Raumuniversums** RU_2 ($RU_1 \subseteq RU_2$), wenn $(RU_1 = (Dp_1, Dn_1, P_1)) \wedge (RU_2 = (Dp_2, Dn_2, P_2)) \wedge (Dp_1 \subseteq Dp_2) \wedge (Dn_1 \subseteq Dn_2) \wedge (P_1 \subseteq P_2)$ gilt.*
$(RU_1 \subseteq RU_2) \Leftrightarrow (RU_1 = (Dp_1, Dn_1, P_1)) \wedge (RU_2 = (Dp_2, Dn_2, P_2)) \wedge (Dp_1 \subseteq Dp_2) \wedge (Dn_1 \subseteq Dn_2) \wedge (P_1 \subseteq P_2)$

Definition 8 *Ein **Raumuniversum** $RU = (Dp, Dn, P)$ **ist zusammenhängend**, wenn für zwei beliebige Punkte $p_1, p_n \in P$ es einen Distanzzug $D = \{(p_1, p_2), (p_2, p_3), \ldots, (p_{n-1}, p_n)\}$ gibt dessen Elemente in $Dp \cup Dn$ sind.*

Definition 9 *Ein **Fussel** oder **Brücke** in einem Raumuniversum, ist eine Distanz, die zwei nicht anders zusammenhängende Teile des Raumuniversums verbindet. Wenn ein Fussel aus einem zusammenhängenden Raumuniversum gelöscht wird, entstehen zwei zusammenhängende Raumuniversen. Ein Fusselende ist ein Punkt, der nur über einen Fussel bzw. eine Distanz mit anderen Punkten verbunden ist.*

Definition 10 *Ein **Engpass** in einem Raumuniversum, ist eine Punkt, die zwei nicht anders zusammenhängende Teile des Raumuniversums verbindet. Wenn ein Engpass mit den Distanzen, von denen er Endpunkt ist, aus einem zusammenhängenden Raumuniversum gelöscht wird, entstehen zwei zusammenhängende Raumuniversen.*

Ein Fusselende ist demnach immer ein Engpass, aber nicht umgekehrt. Ein Engpass ist nicht unbedingt ein Fusselende, da es zwischen einem Engpass und seinen Nachbarn auch mehrere Distanzen geben kann, die, da sie mehrere sind, keine Fussel sind.

Definition 11 *Ein **Raumuniversum** $RU = (Dp, Dn, P)$ **ist positiv bzw. negativ zusammenhängend**, wenn für zwei beliebige Punkte $p_1, p_n \in P$ es einen Distanzzug $D = \{(p_1, p_2), (p_2, p_3), \ldots, (p_{n-1}, p_n)\}$ gibt dessen Elemente in Dp bzw. Dn sind.*

Definition 12 *Eine **Transition** ist eine Funktion $t : (R, P, P, P) \rightarrow R$, wobei R die Menge der Raumuniversen ist und P die Menge der Punkte. Wenn p_{n1} und p_{n3} zwei in P_{RU} nicht enthaltender Punkte sind, dann ist $t(RU_1, p_1, p_2, p_3) = RU_2$ mit $RU_1 = (Dp, Dn, P_{RU})$, $p_2 \in P_{RU}$, $(p_1, p_2) \in (Dp \cup Dn \cup \{(p_{n1}, p_2)\})$ und $(p_2, p_3) \in (Dp \cup Dn \cup \{(p_2, p_{n3})\})$. RU_2 ergibt sich dabei aus RU_1 nach dem Transitionsdiagramm. Dabei ist p_2 der Entstehungspunkt bzw. der Ursprungspunkt der Transition, wo sich die Nulldistanz aufspaltet.*

Definition 13 *Ein **Punkttick** ist die Ausführung einer Transition.*

Definition 14 *Eine **Transitionsschritt** ist eine Funktion $T : (\{R, \ldots, R\}) \rightarrow \{R, \ldots, R\}$, wobei R die Menge der Raumuniversen ist. Wenn p_{n1} und p_{n3} zwei in P_{RU} nicht enthaltender Punkte sind, dann ist: $T(\{RU_1, \ldots, RU_n\}) = \{RU \mid \forall RU_i \in \{RU_1, \ldots, RU_n\} \wedge (RU_i = (Dp, Dn, P)) \wedge \forall (p_1, p_2) \in (Dp \cup Dn \cup \{(p_{n1}, p_2)\}) \wedge \forall (p_2, p_3) \in (Dp \cup Dn \cup \{(p_2, p_{n3})\}) \wedge (t(RU_i, p_1, p_2, p_3) = RU)\}$*

Bei einem Transitionsschritt wird also aus einer Eingabemenge von Raumuniversen die Menge von Raumuniversen gebildet, die durch eine Transitionen aus den Raumuniversen der Eingabemenge entstehen können.

T^i ist die i-fache Anwendung der T Funktion.

Definition 15 *Eine **elementare Raumuniversumsfolge** RF ist eine Folge von Raumuniversen, bei der das Nachfolgerraumuniversum aus seinem Vorgängerraumuniversum durch eine Transition hervorgeht.*
$RF = \{RU_1, RU_2, \ldots, RU_n\}$ mit $RU_{i+1} \in T(\{RU_i\})$ für $i = 1, \ldots, n-1$

Definition 16 *Eine **Raumuniversumsfolge** RF ist eine Folge von Raumuniversen, bei der das Nachfolgerraumuniversum aus seinem Vorgängerraumuniversum durch eine Anzahl (n_i) von Transition hervorgeht.*
$RF = \{RU_1, RU_2, \ldots, RU_n\}$ mit $RU_{i+1} \in T^{n_i}(\{RU_i\})$ für $i = 1, \ldots, n-1$ und $n_i \in \{1, \ldots, \infty\}$

Definition 17 *Eine **Zeitprädikat** $Z(RF)$ ist eine Funktion, die wahr ist, wenn die elementare Raumuniversenfolge RF bestimmte Bedingungen bezüglich ihrer Länge erfüllt, sonst ist sie falsch.*

Das Zeitprädikat dient zur Einführung eines Zeitbegriffs, der sich nicht unbedingt linear zu der Anzahl der gemachten Transitionen verhält. So kann der Zeitbegriff Beispielsweise von der Anzahl der Distanzen in den Raumuniversen der Raumuniversenfolge RF abhängig gemacht werden, z.B. indem das Zeitprädikat nur wahr ist, wenn für jede Distanz im Anfangsraumuniversum der Raumuniversumsfolge eine Transition ausgeführt wurde.

Definition 18 *Das **Universum** U enthält alle Raumuniversen, die durch Transitionen aus dem Anfangsraumuniversum $RU_a = (\emptyset, \emptyset, \{p\})$ hervorgehen können.*

$$\begin{aligned} U_0 &= \{RU_a \mid RU_a = (\emptyset, \emptyset, \{p\})\} \\ U_{i+1} &= T(U_i) \quad i = \{1, \ldots, \infty\} \\ U &= \bigcup_{i \geq 0} U_i \end{aligned}$$

Diese Definition schließt natürlich viele Raumuniversen aus, z.B. sind nur Raumuniversen $RU = (Dp, Dn, P)$ im Universum enthalten für die $|Dp| = |Dn|$ gilt.

Der Punkt im Anfangsraumuniversum dient nur zur mathematischen Vereinfachung, ist aber laut Theorie nicht vorhanden, da Punkte immer Endpunkte von Distanzen sein müssen und nicht eigenständig existieren. Desweiteren werden im weiteren mathematischen Formalismus der Einfachheit halber Punkte, die nicht Endpunkte von Distanzen sind, nicht separat behandelt/gelöscht.

2.2 Transitionsdiagramm

Durch das Aufspalten einer Nulldistanz entsteht eine Transition bzw. ein Übergang von einem Raumuniversum zu einem anderem. Hier wird dieser Vorgang beschrieben. Dies geschieht mithilfe eines Transitionsdiagramms, welches die Veränderung durch das Aufspalten einer Nulldistanz darstellt.

Am Punkt p_2 spaltet sich die Nulldistanz auf, p_1 ist der Punkt zu dem die positive Teildistanz bzw. Distanz geht und p_3 ist der Punkt zu dem die negative Teildistanz bzw. Distanz geht. Distanzen, die bei den Transitionen nicht berücksichtigt werden, sind in den folgenden Darstellungen nicht aufgeführt, z.B. wenn es vorher drei positive Distanzen zwischen zwei Punkten gab, ist nur eine dargestellt. Die Punkte p_1 und p_3 müssen verschieden sein. Je nach der Verbindung bzw. den Distanzen die vorher zu diesen Punkten gehen, gibt es die neun nachfolgenden Transitionen (benannt mit t_i; $1 \leq i \leq 9$).

$$
\begin{array}{lccccccccccc}
t_1) & p_1 & + & p_2 & + & p_3 & \Longrightarrow & p_3 & + & p_1 & + & p_2 \\
t_2) & p_1 & + & p_2 & - & p_3 & \Longrightarrow & p_1 & ++ & p_2 & -- & p_3 \\
t_3) & p_1 & - & p_2 & + & p_3 & \Longrightarrow & p_1 & & p_2 & & p_3 \\
t_4) & p_1 & - & p_2 & - & p_3 & \Longrightarrow & p_3 & - & p_1 & - & p_2 \\
t_5) & p_1 & + & p_2 & & & \Longrightarrow & p_1 & ++ & p_2 & - & p_3 \\
t_6) & & & p_2 & + & p_3 & \Longrightarrow & p_1 & + & p_3 & & p_2 \\
t_7) & p_1 & - & p_2 & & & \Longrightarrow & p_1 & - & p_3 & & p_2 \\
t_8) & & & p_2 & - & p_3 & \Longrightarrow & p_1 & + & p_2 & -- & p_3 \\
t_9) & & & p_2 & & & \Longrightarrow & p_1 & + & p_2 & - & p_3
\end{array}
$$

Legende:

$davor \Longrightarrow danach$

Linke Seite(davor):
p_i = Punkt mit $i \in \{1; 2; 3\}$
$+$ = mindestens eine positive Distanz
$-$ = mindestens eine negative Distanz
= keine Distanz bzw. kein Punkt (Punkt wird dann neu erzeugt)

Rechte Seite(danach):
$++$ = eine zusätzliche positive Distanz
$--$ = eine zusätzliche negative Distanz
= eine Distanz der vorher vorhandenen weniger
ein $+/-$ mehr eine positive/negative Distanz mehr
ein $+/-$ weniger eine positive/negative Distanz weniger

Es besteht die Möglichkeit, dass für die Punkte p_1 und p_3 der gleiche Punkt ausgewählt wird. In diesem Fall löschen sich die positive und negative Distanz aus und es gibt keine Veränderung und damit eigentlich keine Transition. Dieser Fall ist allerdings relativ schwer zu berücksichtigen (z.B. für die Transitionswahrscheinlichkeiten), da dann die Endpunkte der Distanzen zu berücksichtigen sind. Daher werden diese Fälle jeweils den Transitionen t_1 und t_4 zugeordnet, je nachdem, ob die beiden verbindenden Distanzen positiv oder negativ sind.

In Abbildung 1 sind die Transitionen bzw. Übergänge noch einmal grafisch dargestellt. Eine rot Kante symbolisiert dabei positive ($+$) und eine grüne Kante negative ($-$) Distanzen (nicht berücksichtigte Kanten sind wieder nicht dargestellt). Jedes Kästchen steht für eine Transition, wobei die obere Hälfte für die Situation

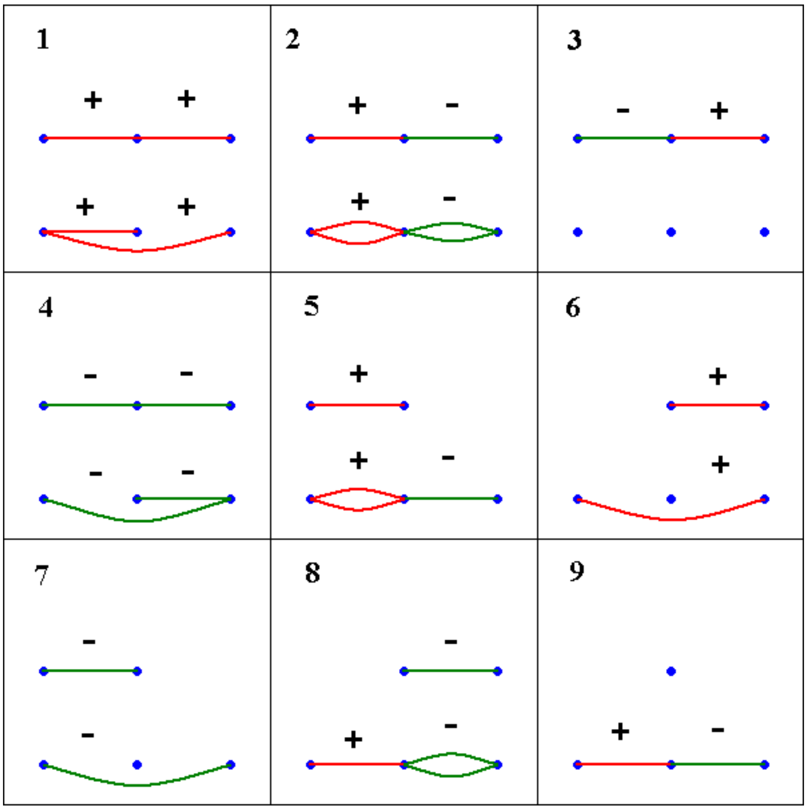


Abbildung 1: Transitionen

vor der Transition (dem aufspalten der Nulldistanz) und die untere Hälfte für die Situation danach steht. Nach links geht die neue positive Distanz und nach rechts die neue negative Distanz.

2.3 Wahrscheinlichkeiten

Bevorzugt wir die viele-Welten Sicht. An allen möglichen (Entstehungs-) Punkt des Raumuniversums entstehen alle durch Transitionen mögliche neuen Distanzverknüpfungen und erzeugen jeweils ein neues Raumuniversum, beziehungsweise für alle möglichen verbundenen Punkttripel der Punkte des Ausgangsuniversums RU_1 plus zwei neuen Punkten p_{n1} und p_{n3}, gibt es ein Folgeraumuniversum RU_2. $((RU_1 = (Dp, Dn, P)) \wedge \forall(p_1, p_2) \in (Dp \cup Dn \cup \{(p_{n1}, p_2)\}) \wedge \forall(p_2, p_3) \in (Dp \cup Dn \cup \{(p_2, p_{n3})\}) \wedge \exists RU_2 \in U \wedge t(RU_1, p_1, p_2, p_3) = RU_2)$.

Ausgangspunkt für die Wahrscheinlichkeiten einer Transition auf einem Ursprungspunkt, sind also die Nachbarpunkt des Punktes. Welche Transition mit welcher Wahrscheinlichkeit auf einen Ursprungspunkt ausgeführt, hängt nur von der Anzahl seiner positiven und negativen Nachbarpunkt ab.

Raumuniversen die sich nur durch eine aufgespaltete Nulldistanz unterscheiden, sind zeitlich durch die kleinste Zeiteinheit benachbart. Wahrscheinlichkeiten entstehen durch Auszählen. Wenn sich eine Nulldistanz aufspaltet sind alle Möglichkeiten, wie die entstehenden Distanzen mit Nachbarpunkten (inklusive Entstehungspunkt) verbunden werden, somit gleichwahrscheinlich. Die Wahrscheinlichkeit, dass etwas eintritt, kann dadurch berechnet werden, dass die Anzahl der Raumuniversen, in denen es eingetreten ist, durch die Anzahl der beobachteten Raumuniversen insgesamt geteilt wird. Bei der Wahrscheinlichkeit, dass etwas innerhalb einer Zeitspanne eintritt, werden nur Raumuniversen die zeitlich nahe genug zum Ausgangs-/Anfangsuniversum benachbart sind gezählt bzw. betrachtet. Im Wahrscheinlichkeitsraum erhalten die Raumuniversenklassen, je nach ihrer Anzahl, eine bestimmte Wahrscheinlichkeit. Wenn von einem bestimmten Raumuniversum RU ausgegangen wird, ist der Wahrscheinlichkeitsraum nach einer Zeitspanne Z die Menge Raumuniversenklassen, die betrachtet werden, mit jeweils der Wahrscheinlichkeit. Wobei die Wahrscheinlichkeit jeweils gleich der Anzahl, der in der Raumuniversenklassen enthaltenden Raumuniversen, durch die Gesamtzahl der entstandenen Raumuniversen ist.

Meistens wird die Wahrscheinlichkeit gesucht, dass ein endlicher Beobachter etwas(ein Ereignis) beobachtet, bzw. sich in einer bestimmten Weise (durch die Beobachtung) verändert. Der Beobachter ist Teil von Raumuniversen des Universums, und damit ein eigenes Raumuniversum oder Klasse von Raumuniversum. Er beinhaltet sein gesamtes Universum (das Beobachteruniversum), alles was er also über das Universum weiß (z.B. über die Vergangenheit), ist in ihm codiert. Zu unterscheiden sind der Anfangsbeobachter B_B, für welchen sich die Frage stellt, mit welcher Wahrscheinlichkeit er etwas beobachten wird, und der Endbeobachter B_E der sich vom Anfangsbeobachter B_B dadurch unterscheidet, dass er die Beobachtung (zur Beobachtung kann auch die vergangene subjektive Zeit gehören) gemacht hat. Weiterhin gibt es ein Zeitpredikat $Z(RF)$, das nur wahr ist, wenn die Raumuniversumsfolge RF innerhalb bestimmter Grenzen liegt, in der die Beobachtung auftreten soll. Die Beobachter sind jeweils Prädikate (Prüfungen) über Raumuniversen, welche nur wahr sind, wenn das Raumuniversum bestimmte Vorgaben erfüllt, z.B. wenn es eine bestimmte Distanzstruktur enthält. Raumuniversumsklassen und Prädikate werden hier synonym für Beobachter verwendet. Ein Beobachter ist in einem Raumuniversum, genau dann wenn auf dem Raumuniversum das Prädikat des Beobachters erüllt ist. Weiterhin ist auf dem Raumuniversum das Prädikat des Beobachters erüllt, genau dann wenn das Raumuniversum ein Raumuniversum aus der Klasse von Raumuniversen des Beobachters enthält.

Die Menge der Raumuniversen RB_B in denen der Anfangsbeobachter existiert ist $RB_B = \{RU \mid \forall RU \in U \wedge B_B(RU)\}$. Alle elementare Raumuniversumsfolge $RF = \{R_1, \ldots, R_n\}$ mit $Z(RF) = wahr$ und $R_1 \in RB_B$ sind in der Menge RUF der möglichen Raumuniversenfolgen. $RUF = \{RF \mid \forall RF = \{R_1, \ldots, R_n\} \wedge (R_{i+1} \in T(R_i) \wedge i = 1, \ldots, n-1) \wedge R_1 \in RB_B \wedge Z(RF)\}$ Die Menge aller Endbeobachtungsraumuniversen RB_{Eall} ist gleich der Menge der Endraumuniversen aller möglichen Raumuniversenfolgen.

$RB_{Eall} = \{RU_{end} \mid \forall RF \in RFU \wedge RF = \{R_1, \ldots, RU_{end}\}\}$ Alle Endbeobachtungsraumuniversen RU_{end} für die $B_E(RU_{end})$ gilt, sind in der Menge der erfolgreichen Beobachtungen RB_E. $RB_E = \{RU_{end} \mid \forall RU_{end} \in RB_{Eall} \wedge B_E(RU_{end})\}$ Die Wahrscheinlichkeit pb der Beobachtung B_E ist dann $pb = |RB_E| \,/\, |RB_{Eall}|$.

Diese Beschreibung ist leicht erweiterbar auf mehrere Endbeobachter oder Ereignisse (verschiedene Ereignisse verändern den Anfangsbeobachter unterschiedlich zu unterschiedlichen Endbeobachtern) die eintreten sollen. Für jeden dieser Endbeobachter B_{Ei} wird eine eigene Menge der erfolgreichen Beobachtungen RB_{Ei} eingeführt. Die Wahrscheinlichkeit pb_i des Endbeobachters B_{Ei} (bzw. des Ereignisses der Beobachtung i) ist dann $pb_i = |RB_{Ei}| \,/\, |RB_{Eall}|$.

Die (Anfangs- oder End-) Beobachter sind Raumuniversumsteile die bestimmte Vorgaben (Anfangs- und Endbedingungen) erfüllen. Es sind mit Beobachter also nicht intelligente Wesen gemeint, sondern Raumuniversumsteile in denen die Vorgaben(Prädikate) realisiert sind, der Raumuniversumsteil hat die Vorgaben sozusagen aufgenommen. Ein Ereignis ist demnach der Übergang von einem Anfangsbeobachter zu einem Endbeobachter.

Mit den Beobachtern können Experimente realisiert werden. Ein gleichmäßiges Grundraumuniversum in dem die Anfagsvorgaben realisiert werden, kann als Anfangsbeobachter eines Experimentes dienen. Solche Anfangsbeobachter dürften gute Bedingungen zeigen, wenn der Verlauf nicht durch andere Vorgänge im Universum gestört werden soll.

Im allgemeinen ist die genaue Berechnung der Wahrscheinlichkeiten unmöglich, da es zu viele mögliche Raumuniversenfolgen RUF gibt. Die Wahrscheinlichkeiten können allerdings approximiert werden, in dem mehrere zufällige elementaren Raumuniversenfolgen aus der Menge RUF der möglichen Raumuniversenfolgen erzeugt werden und bezüglich ihnen die Wahrscheinlichkeiten berechnet werden. Um so mehr möglichen zufällige Raumuniversenfolgen generiert werden, um so besser wird die Approximation der Wahrscheinlichkeiten.

2.4 Freiheitsgrade

In der vorgestellten Theorie gibt es ein paar Freiheitsgrade, mit denen von dieser Theorie abweichende Theorien gebildet werden können.

Einer dieser Freiheitsgrad betrifft die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, also welche Wahrscheinlichkeit werden Ereignissen zugeordnet.
Dabei gibt es folgende Möglichkeiten:

1 gleiche Raumuniversen zählen als eines (aktuell in dieser Theorie)

2 gleiche Raumuniversen zählen separat (in der Wahrscheinlichkeitsberechnung werden Mengen durch Multimengen ersetzt)

3 die elementare mögliche Raumuniversenfolgen werden, anstatt der Endraumuniversen, gezählt

Bei den beiden Fällen, dass bei einer Transition für die Punkte p_1 und p_3 der gleiche Punkt ausgewählt wird, besteht die Möglichkeit, anstatt keiner Änderung vorzunehmen, einen neuen Punkt zu erzeugen und das Distanzende p_2 einer der beiden verbindenden Distanz zum neuen Punkt zu verlegen. Diese Fälle würden dann, je nach verbindenden Distanzen, wie die Transitionen t_6 oder t_7 mit dem Ursprungspungt p_1 $(= p_3)$ arbeiten.

Ausgangspunkt für die Wahrscheinlichkeiten einer Transition auf einem Ursprungspunkt, könnten anstatt seiner Nachbarpunkt auch seine ausgehenden Distanzen sein. Welche Transition mit welcher Wahrscheinlichkeit auf einen Ursprungspunkt ausgeführt, hängt dann von der Anzahl seiner positiven und negativen ausgehenden Distanzen ab. Da zwei Punkt durch mehrere Distanzen verbunden sein können, ist dies ein Unterschied zur vorgestellten Theorie. Dann könnte aus einem Raumuniversum allerdings in einem Transitionsschritt mehrere (vollkommen) identisch Raumuniversen entstehen, was der Logik widerspricht, dass (vollkommen) identisch Dinge ein und das selbe und nicht mehrere Dinge sind.

Des weiteren kann statt der viele-Welten Sicht auch die eine-Welt Sicht bevorzugt werden. Es wird also immer nur eine Folge von Raumuniversen, unabhängig von anderen, betrachtet.

Der Freiheitsgrade betrifft dann die Auswahl der Transitionspunkte, dass heißt welcher Entstehungspunkte für das Aufspalten der nächsten Nulldistanz genommen wird und das nächste Raumuniversum erzeugt.
Folgende Möglichkeiten sind vorhanden:

1 Transition nacheinander an den einzelnen Punkten der Raumuniversen in fester oder zufälliger Ordnung

2 Transitionen bei zufällig gewählten Punkten, alle Punkte gleich wahrscheinlich

3 Transitionen bei zufällig gewählten Punkten, die Wahrscheinlichkeit, dass ein Punkt gewählt wird, hängt von Distanzanzahlen und/oder Nachbarpunktanzahlen ab (z.B. Gewicht des Punktes ist gleich Summe der Anzahlen der Distanzen)

Bei der Auswahl der Endpunkte der entstehenden Distanzen in der eine-Welt Sich, also beim Aufspalten einer Nulldistanz, könnten auch abweichende Vereinbarungen getroffen werden, z.B. könnten Punkte, zu denen schon eine (negative) Distanz geht, bevorzugt werden.

Bei den Transitionen, wie sie hier verwendet werden, wird dadurch, dass eine Distanz einer Art zerstört und eine Distanz der gleichen Art erzeugt wird, der Endpunkt, der zu löschenden Distanz, der auf den aktuellen Entstehungspunkt lag, zu dem Endpunkt, der entstehenden Distanz gleicher Art, verschoben. Es können aber auch einfach die Distanzen gelöscht und hinzugefügt werden, so wie sie entstehen. Diese Änderung betrifft die Transitionen t_1, t_4, t_6 und t_7, sie sähen dann wie folgt aus:

$$\begin{array}{llllllllllll} t_1) & p_1 & + & p_2 & + & p_3 & \Longrightarrow & p_1 & ++ & p_2 & & p_3 \\ t_4) & p_1 & - & p_2 & - & p_3 & \Longrightarrow & p_1 & & p_2 & -- & p_3 \\ t_6) & & & p_2 & + & p_3 & \Longrightarrow & p_1 & + & p_2 & & p_3 \\ t_7) & p_1 & - & p_2 & & & \Longrightarrow & p_1 & & p_2 & - & p_3 \end{array}$$

Es wäre weiterhin möglich noch mehr oder andere Arten von Distanzen zu erlauben. Es könnten mehr von einander unabhängige Gruppen von Distanzenpaaren eingeführt werden, wobei sich nur Distanzenpaare der gleichen Gruppe gegenseitig aufheben können, oder die Gruppen können erweitert werden, so dass z.B. drei unterschiedliche Distanzen beim Aufspalten einer Nulldistanz entstehen und auch drei unterschiedlicher Distanzen einer Gruppe nötig sind, um sich gegenseitig aufzuheben. Es könnten auch andersartige Distanzen erwogen werden, z.B. Distanzen mit drei Enden. Auch ein Universum, in dem es nur eine Art von Distanz gibt, ist möglich.

3 Transition

Hier werden die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Transitionen (t_i) bei einem Knoten mit n_p positiven und n_n negativen Nachbarpunkten aufgestellt. Dabei ist die Anzahl der möglichen Auswahlen von Nachbarpunkten insgesamt $n_a = n_p + n_n + 1$ (inklusive dem Punkt selbst).

Die Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Transitionen t_i hängen von den Anzahlen der Nachbarpunkten der Arten eines Punktes ab. Wird die Transition t_i auf einen Entstehungspunkt mit n_p positiven und n_n negativen Nachbarpunkten ausgeführt, wird dafür $t_i(n_p, n_n)$ geschrieben. Bei Funktionen f, die auf die Transition $t_i(n_p, n_n)$ Bezug nehmen, wird $f(t_i, n_p, n_n)$ geschrieben. Sind die Anzahl der Nachbarpunkten aus dem Kontext ersichtlich oder überflüssig, werden sie weggelassen (also z.B. dann nur $f(t_i)$).

Die Wahrscheinlichkeit $p(t_i)$ für die Transition t_i ist jeweils das Produkt der Wahrscheinlichkeiten, dass der Zielpunkt für die entstehende positive und negative Distanz die für die Transition benötigte Eigenschaft aufweist. Bei der Transition t_5 heißt dies Beispielsweise, dass die entstehende positive Distanz zu einem Nachbarpunkt (p_1) geht, der mit dem Entstehungspunkt (p_2) durch mindestens eine positive Distanz verbunden ist, dafür ist die Wahrscheinlichkeit n_p/n_a, und die entstehende negative Distanz zu einem neuem Punkt ($p_3 = p_n$) geht, dafür ist die Wahrscheinlichkeit $1/n_a$. So ergibt sich das Produkt dieser beiden Wahrscheinlichkeiten zu $p(t_5, n_p, n_n) = \frac{n_p}{n_a} * \frac{1}{n_a} = \frac{n_p}{n_a^2}$.

Transitionswahrscheinlichkeit:

$$n_a = n_p + n_n + 1 \tag{1}$$

$$p(t_1, n_p, n_n) = \left(\frac{n_p}{n_a}\right)^2 \tag{2}$$

$$p(t_4, n_p, n_n) = \left(\frac{n_n}{n_a}\right)^2 \tag{3}$$

$$p(t_2, n_p, n_n) = \frac{n_p n_n}{n_a^2} \tag{4}$$

$$p(t_3, n_p, n_n) = \frac{n_p n_n}{n_a^2} \tag{5}$$

$$p(t_5, n_p, n_n) = \frac{n_p}{n_a^2} \tag{6}$$

$$p(t_6, n_p, n_n) = \frac{n_p}{n_a^2} \tag{7}$$

$$p(t_7, n_p, n_n) = \frac{n_n}{n_a^2} \tag{8}$$

$$p(t_8, n_p, n_n) = \frac{n_n}{n_a^2} \tag{9}$$

$$p(t_9, n_p, n_n) = \frac{1}{n_a} * \frac{1}{n_a} = \frac{1}{n_a^2} \tag{10}$$

3.1 Änderung der Anzahl der Distanzen

In den Transitionen t_2, t_5, t_8 und t_9 wird eine Nulldistanz zu zwei neuen zusätzlichen Distanzen aufgespalten, damit können nur in ihnen neue Distanzen entstehen. Der Fall t_{neu} ist die Vereinigung der Transitionen, bei denen neue Distanzen entstehen, und damit ist $p(t_{neu})$ die Wahrscheinlichkeit für diesen Fall.

Nur in Transition t_3 werden zwei positive und negative Distanzen zu Nulldistanzen vereinigt, ohne das gleich viele neue Distanzen entstehen. In diesem Fall (t_{del}) werden damit Distanzen gelöscht (deleted) bzw. die Distanzanzahl verringert, damit ist $t_3 = t_{del}$.

$$t_{neu} = t_2 \cup t_5 \cup t_8 \cup t_9 \tag{11}$$

$$p(t_{neu}, n_p, n_n) = \frac{n_p n_n + n_p + n_n + 1}{n_a^2} = \frac{(n_p + 1)(n_n + 1)}{n_a^2} \tag{12}$$

$$p(t_{del}, n_p, n_n) = p(t_3, n_p, n_n) = \frac{n_p n_n}{n_a^2} \tag{13}$$

Da bei jeden der beiden Fälle $p(t_{neu})$ und $p(t_{del})$ jeweils ein Distanzenpaar, also eine positive und eine negative Distanz, mehr entsteht bzw. gelöscht wird, entspricht die durchschnittliche zu erwartende Zunahme bzw. Abnahme der Distanzen pro Art und Transition jeweils den Wahrscheinlichkeiten. Daraus folgt, es entstehen im Durchschnitt $\bar{n}_{neu} = p(t_{neu})$ neue positive und neue negative Distanzen und es werden im Durchschnitt $\bar{n}_{del} = p(t_{del})$ positive und negative Distanzen gelöscht. Damit ergibt sich der durchschnittliche Zuwachs an Distanzen $\bar{n}_{net}$ zu:

$$\begin{aligned}\bar{n}_{net}(n_p, n_n) &= \bar{n}_{neu}(n_p, n_n) - \bar{n}_{del}(n_p, n_n) = \frac{n_p n_n + n_p + n_n + 1 - n_p n_n}{n_a^2} \\ \bar{n}_{net}(n_p, n_n) &= \frac{n_p + n_n + 1}{n_a^2} = \frac{n_a}{n_a^2} = \frac{1}{n_a} \quad (14)\end{aligned}$$

3.2 Änderung der Anzahl der Punkte

Nicht nur die Anzahl der Distanzen im Universum kann sich verändern, sondern auch die Anzahl der Punkte. Leider kann mit den aufgestellten Transitionen nur festgestellt werden, ob ein neuer Punkt entsteht (t_{p-neu}), und nicht, ob Punkte verschwinden können (bzw. nicht mehr betrachtet werden müssen), dafür ist die Betrachtung der Anzahlen der Distanzen zu den Nachbarpunkte, zu denen die neu entstehenden Distanzen gehen, notwendig. Der Fall t_{p-neu}, dass neue Punkte entstehen, ist bei den Transition t_5, t_6, t_7, t_8 und t_9 gegeben, wobei bei der Transition t_9 sogar zwei neue Punkte entstehen.

Im Fall t_{p-del*} bei den Transitionen t_3, t_6 und t_7 besteht die Möglichkeit, dass Punkte nach ihnen nicht mehr miteinander (auch über andere Punkte) verbunden sind und so nie mehr miteinander verbunden sind. Dies ist um so wahrscheinlicher, je weniger Distanzen die Punkte besitzen.

$$\begin{aligned}t_{p-neu} &= t_5 \cup t_6 \cup t_7 \cup t_8 \cup t_9 \quad (15) \\ p(t_{p-neu}, n_p, n_n) &= \frac{2n_p + 2n_n + 1}{n_a^2} = \frac{n_p + n_n + n_a}{n_a^2} \quad (16) \\ t_{p-del*} &= t_3 \cup t_6 \cup t_7 \quad (17) \\ p(t_{p-del*}, n_p, n_n) &= \frac{n_p n_n + n_p + n_n}{n_a^2} \quad (18)\end{aligned}$$

Da bei den Transitionen t_5, t_6, t_7 und t_8 ein neuer und bei der Transition t_9 zwei neue Punkte erzeugt werden, ist der Durchschnitt der neu gebildeten Punkte $\bar{p}_{neu}$:

$$\begin{aligned}\bar{p}_{neu} &= p(t_5) + p(t_6) + p(t_7) + p(t_8) + 2p(t_9) \\ \bar{p}_{neu} &= \bar{p}_{neu\_t_5} + \bar{p}_{neu\_t_6} + \bar{p}_{neu\_t_7} + \bar{p}_{neu\_t_8} + \bar{p}_{neu\_t_9} \\ \bar{p}_{neu}(n_p, n_n) &= \frac{2n_a}{n_a^2} = \frac{2}{n_a} \quad (19)\end{aligned}$$

3.3 Ausbreitung

Bei den Transitionen t_1, t_4, t_6 und t_7 wird ein Endpunkt einer Distanz auf einen anderen Punkt verschoben bzw. zu einem anderen Punkt versetzt, das Distanzende breitet sich sozusagen im Raum aus. Der Fall t_a, in dem sich ein Distanzende ausbreitet, kann in zwei Unterarten aufgespalten werden. Bei der ersten Art t_{ae}, zu

der die Transitionen t_1 und t_4 gehören, breitet sich das Ende durch das vorhandenen Raumuniversum aus. Bei der zweiten Art t_{an}, zu der Transition t_6 und t_7 gehören, wandert das Ende zu einem neu erzeugten Punkt.
Es ist:

$$p(t_{ae}, n_p, n_n) = p(t_1, n_p, n_n) + p(t_4, n_p, n_n) = \frac{n_p^2 + n_n^2}{n_a^2} \tag{20}$$

$$p(t_{an}, n_p, n_n) = p(t_6, n_p, n_n) + p(t_7, n_p, n_n) = \frac{n_p + n_n}{n_a^2} \tag{21}$$

$$p(t_a, n_p, n_n) = p(t_{ae}, n_p, n_n) + p(t_{an}, n_p, n_n) = \frac{n_p^2 + n_n^2 + n_p + n_n}{n_a^2} \tag{22}$$

3.4 Symetrien

Bezüglich einer Operation O_S, welche die Punkte p_1 und p_3 und die Art der Distanzen vertauscht (positiv zu negativ und negativ zu positiv), hat jede Transition eine zu ihr symmetrische Transition.
Es gilt:

$$O_S(t_1) = t_4 \quad O_S(t_4) = t_1 \tag{23}$$

$$O_S(t_5) = t_8 \quad O_S(t_8) = t_5 \tag{24}$$

$$O_S(t_6) = t_7 \quad O_S(t_7) = t_6 \tag{25}$$

$$O_S(t_2) = t_2 \tag{26}$$

$$O_S(t_3) = t_3 \tag{27}$$

$$O_S(t_9) = t_9 \tag{28}$$

Wie zu sehen sind die Transitionen t_2, t_3 und t_9 zu sich selbst symmetrisch.

Wird die Operation O_S zweimal auf eine Transition angewendet, ergibt sich wieder die ursprüngliche Transition ($O_S(O_S(t_i)) = t_i \quad i = 1 \ldots 9$). Die Operation O_S ist damit ihre eigene Umkehroperation.

3.5 Verhalten der Transitionsfunktionen

In diesem Abschnitt werden die bisher aufgeführten Transitionsfunktionen für Wahrscheinlichkeiten und Durchschnitt genauer untersucht.

In den Diagrammen wirkt sich die Anwendung der O_S-Operation auf die zugrunde liegende Transition so aus, dass die beiden Achsenparameter vertauscht werden (aus der Achse für die Anzahl der positive Nachbarpunkten wird die für negative und andersherum). Bei den Wahrscheinlichkeitsfunktionen bewirkt die O_S-Operation, dass die Parameter für die beiden Distanzarten vertauscht werden (n_n zu n_p und andersherum, ein n_a Term muss dabei nicht verändert werden, denn $n_n + n_p + 1 = n_p + n_n + 1$) . Wenn die Funktion symmetrisch zu $n_p = n_n$ ist, hat die O_S-Operation keinen Einfluss auf sie.

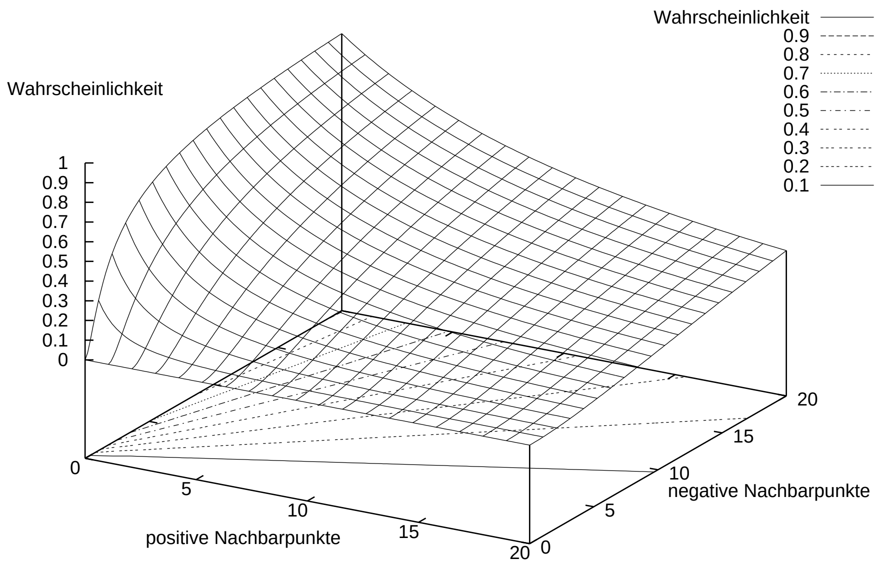


Abbildung 2: Wahrscheinlichkeit für die Transitionen $O_S(t_1)$ und t_4

Abbildung 2 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung $(p(O_S(t_1(n_p, n_n))) = p(t_4, n_p, n_n) = \left(\frac{n_n}{n_a}\right)^2)$ für die Transition $O_S(t_1)$ bzw. t_4 . Diese Transitionen realisiert eine Versetzung eines Distanzendes zu einem Nachbarpunkt (Bewegung des Distanzendes). Danach ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Distanzende bewegt wird, um so höher, um so mehr Nachbarpunkte der gleichen Art vorhanden sind und um so weniger Nachbarpunkte der anderen Art vorhanden sind. In einem reinen Teilraumuniversum, in dem Distanzen bzw. Nachbarpunkte nur einer Art vorhanden sind, steigt die Wahrscheinlichkeit mit der Nachbaranzahl schnell gegen Eins. Daraus folgt, dass in reinen Teilraumuniversen mit höherer Nachbarpunktdichte, fast nur noch Bewegungen von Distanzenden erfolgen. Wenn die Reinheit des Teilraumuniversum abnimmt (bzw. um so mehr die Nachbarpunktarten vermischt sind), nimmt auch die Wahrscheinlichkeit für eine Bewegung der Distanzenden zu Nachbarpunkten ab.

Die Grenzwerte sind $\lim_{n_n \to \infty} \left(\frac{n_n}{n_a}\right)^2 = 1$ und $\lim_{n_p \to \infty} \left(\frac{n_n}{n_a}\right)^2 = 0$, jeweils für konstantes n_p bzw. n_n. Wird $n_p = cn_n$ gesetzt, wenn also das Verhältnis der Anzahl der Distanz der Arten zueinander konstant ist, ist $\lim_{n_n \to \infty} \left(\frac{n_n}{n_n + cn_n + 1}\right)^2 = lim_{n_n \to \infty} \left(\frac{n_n}{(c+1)n_n + 1}\right)^2 = lim_{n_n \to \infty} \left(\frac{n_n}{(c+1)n_n}\right)^2 = \left(\frac{1}{c+1}\right)^2$.

Die Höhenlinie für die konstante Wahrscheinlichkeit p verläuft dabei nach der Funktion: $n_n = \frac{n_p}{1-p} + \frac{1}{1-p} = \frac{n_p+1}{1-p}$. Die Höhenlinien sind demnach Geraden (in der Distanzanzahlenebene) mit dem Anstieg $\frac{1}{1-p}$, welche die n_n-Achse bei $\frac{1}{1-p}$ schneiden.

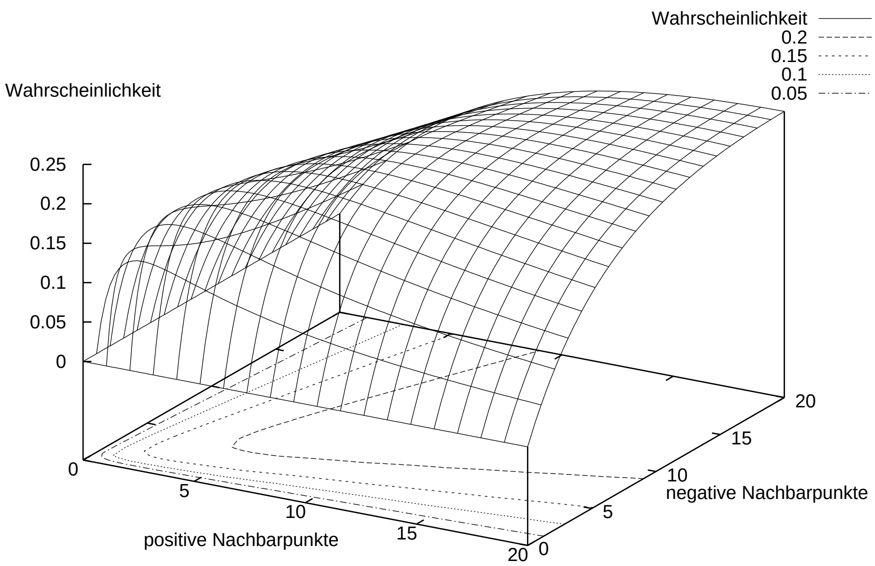


Abbildung 3: Wahrscheinlichkeit für die Transitionen t_2, t_3 und dafür, dass eine Distanz von jeder Art gelöscht wird t_{del}

Abbildung 3 zeigt die Wahrscheinlichkeit für die Transitionen t_2, t_3 und dafür, dass eine Distanz von jeder Art gelöscht wird t_{del} ($p(t_2, n_p, n_n) = p(t_3, n_p, n_n) = p(t_{del}, n_p, n_n) = \frac{n_p n_n}{n_a^2}$). Die Funktion ist symmetrisch zu $n_p = n_n$, da n_p und n_n vertauscht werden können ohne die Funktion zu ändern. Ist die Anzahl einer Nachbarpunktart nahe 0 ist auch die Wahrscheinlichkeit nahe 0.

Der Maximalwert der Funktion ist 0.25, da für $n_n = n_p$ der Grenzwert

$$lim_{n_n \to \infty} \frac{n_p n_p}{(n_p + n_p + 1)^2} = lim_{n_n \to \infty} \frac{n_p^2}{4n_p^2 + 4n_p + 1} = \frac{1}{4}$$

ist und die Funktion immer kleiner gleich $\frac{1}{4}$ ist ($p(t_2) \leq \frac{1}{4}$).
Beweis:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} &\geq \frac{n_p n_n}{(n_p + n_n + 1)^2} \\
\frac{1}{4} &\geq \frac{n_p n_n}{n_p^2 + n_n^2 + 2n_p n_n + 2n_p + 2n_n + 1} \qquad | *4(n_p^2 + n_n^2 + \ldots + 1) \\
4n_p n_n &\leq n_p^2 + n_n^2 + 2n_p n_n + 2n_p + 2n_n + 1 \qquad | -4n_p n_n \\
0 &\leq n_p^2 - 2n_p n_n + n_n^2 + 2n_p + 2n_n + 1 \\
0 &\leq (n_p - n_n)^2 + 2n_p + 2n_n + 1 \quad w.z.b.w
\end{aligned}$$

Da die beiden Funktionen $p(t_2)$ und $p(t_3)$ identisch sind, ist der Maximalwert, den die Summe der beiden Funktionen ($p(t_2) + p(t_3)$) einnehmen kann, gleich 0.5.

Den bisher behandelten Transitionen t_1, t_4, t_2 und t_3 ist allen gemeinsam, dass sie auf Distanzen und Punkten im vorhandenen Raumuniversum arbeitet und keine neuen Punkte erzeugen. Nur mit der Transition t_3 können von Raumuniversum Teile getrennt werden, aber auch dies ist in Teilen des Raumuniversums, in denen viele Distanzen existieren, unwahrscheinlich. Weiterhin kann die Transition t_3 den Abstand zwischen Teilen erhöhen.
Die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist:

$$\begin{aligned}
p(t_1, n_p, n_n) + p(t_4, n_p, n_n) + p(t_2, n_p, n_n) + p(t_3, n_p, n_n) &= \frac{n_n^2 + n_p^2 + 2n_p n_n}{n_a^2} \\
&= \frac{(n_n + n_p)^2}{(n_n + n_p + 1)^2}
\end{aligned}$$

Wenn die Anzahl der Nachbarpunkte einer Art gegen unendlich geht, geht, unabhängig von der Anzahl der Distanzen der anderen Art, die Wahrscheinlichkeitssumme $p(t_1) + p(t_4) + p(t_2) + p(t_3)$ gegen Eins. ($lim_{n_n \to \infty}(p(t_1) + p(t_4) + p(t_2) + p(t_3)) = lim_{n_p \to \infty}(p(t_1) + p(t_4) + p(t_2) + p(t_3)) = 1$) Diese Transitionen beherrschen in Universumsteilen mit vielen Nachbarpunkten pro Punkt das Transitionsgeschehen bzw. die Vorgänge in dem Universumsteilen.

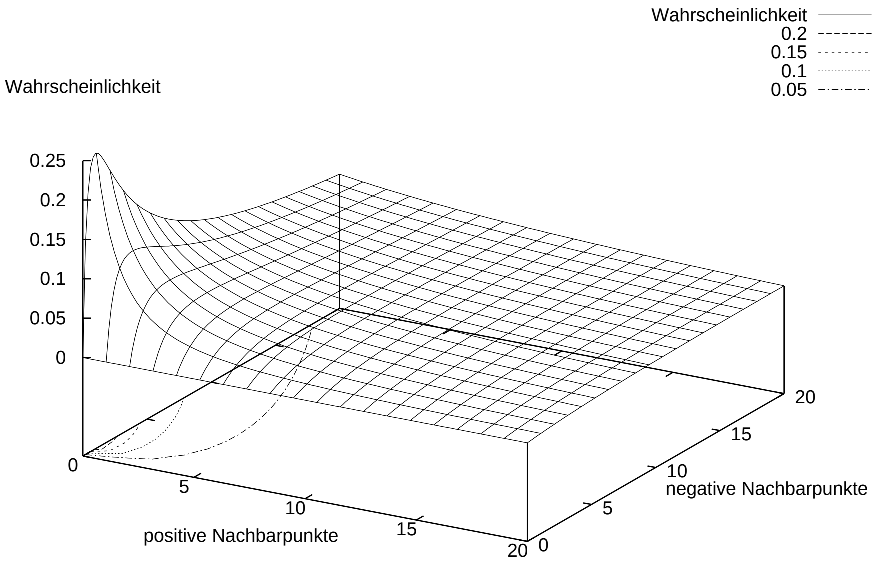


Abbildung 4: Wahrscheinlichkeit für die Transitionen $O_S(t_5)$, $O_S(t_6)$, t_7 und t_8

Die Abbildung 4 zeigt die Wahrscheinlichkeit für Transition $O_S(t_5)$, $O_S(t_6)$, t_7 und t_8 .
$(p(O_S(t_5(n_p, n_n))) = p(O_S(t_6(n_p, n_n))) = p(t_7, n_p, n_n) = p(t_8, n_p, n_n) = \frac{n_n}{n_a^2})$
Alle diesen Transitionen ist gemeinsam, dass sie einen neuen Punkt erzeugen. Desweiteren ist der Grenzwert für n_p und n_n gegen Unendlich gleich 0.
$(lim_{n_p \to \infty} p(t_7) = lim_{n_n \to \infty} p(t_7) = 0)$ Mit zunehmender Anzahl von Nachbarpunkte geht die Wahrscheinlichkeit also immer gegen 0 . Der Maximalwert der Wahrscheinlichkeitsfunktionen ist 0.25 und liegt bei $n_p = 0$ und $n_n = 1$ $(p(t_5, 1, 0) = p(t_6, 1, 0) = p(t_7, 0, 1) = p(t_8, 0, 1) = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4})$. In allen Richtungen vom Punkt $n_p = 0$ und $n_n = 1$ ausgehend nimmt die Wahrscheinlichkeit stark ab.

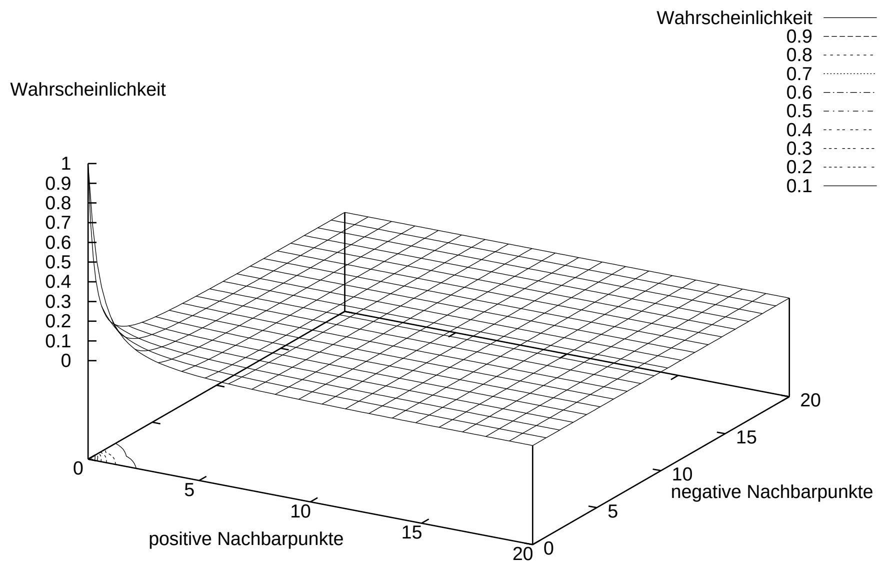


Abbildung 5: Wahrscheinlichkeit für Transition t_9

Abbildung 5 zeigt die Wahrscheinlichkeit für Transition t_9 ($p(t_9, n_p, n_n) = \frac{1}{n_a^2}$), oder dass eine neue Distanz jeder Art und zwei neue Punkte entstehen. Diese Kurve ist symmetrisch zu $n_p = n_n$ und zeigt einen starken Abfall (vom Koordinatenursprung ausgehend) mit Zunahme der Anzahl der Nachbarpunkte. Um so mehr Nachbarpunkte ein Punkt hat, um so unwahrscheinlicher wird Transition t_9 . Wenn allerdings ein Punkt keine Nachbarpunkte hat, wird auf dem Punkt immer Transition t_9 ausgeführt, ihre Wahrscheinlichkeit ist deshalb im Ursprung 1 (Maximum im Koordinatenursprung $p(t_9, 0, 0) = 1$). Dies führt dazu, dass ein leerer Teil des Raumuniversums (er enthält nur einen (imaginären) Punkt), wenn eine Transition auf ihm ausgeführt wird, immer expandiert.

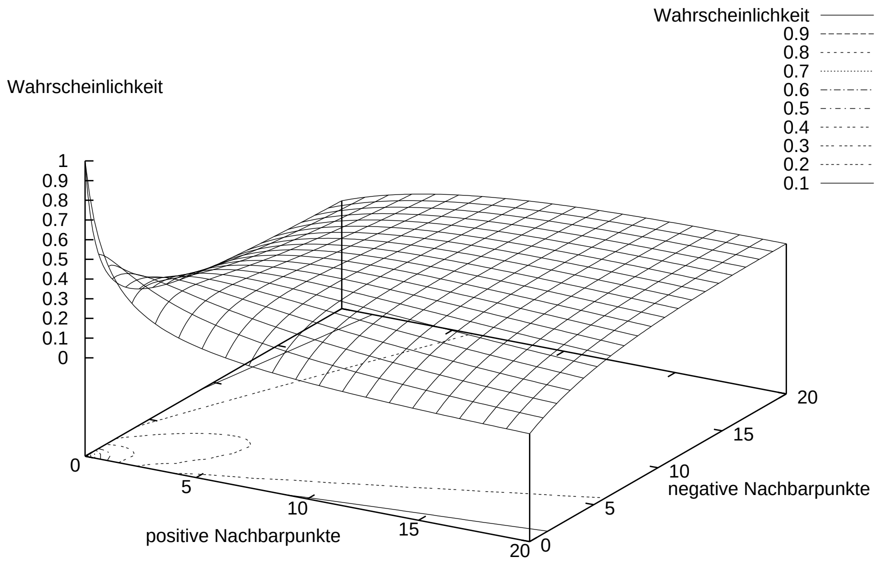


Abbildung 6: Wahrscheinlichkeit $p(t_{neu})$ für das Entstehen eines Distanzpaars

Abbildung 6 zeigt die Wahrscheinlichkeit ($p(t_{neu}, n_p, n_n) = \frac{(n_p+1)*(n_n+1)}{n_a^2}$) für das Entstehen einer neuen Distanz jeder Art (Distanzen können nur paarweise entstehen oder gelöscht werden). Sie ist die Summe der Transitionswahrscheinlichkeiten der Transition t_2, t_5, t_8 und t_9 ($t_{neu} = t_2 \cup t_5 \cup t_8 \cup t_9$). Auch diese Kurve ist symmetrisch zu $n_p = n_n$, da in der Formel n_n und n_p ohne Auswirkungen gegeneinander vertauscht werden können.
Für $n_n = cn_p$ ist der Grenzwert:

$$\begin{aligned}
lim_{n_p \to \infty} p(t_{neu}, n_p, cn_p) &= lim_{n_p \to \infty} \frac{(n_p+1)*(cn_p+1)}{(n_p+cn_p+1)^2} \\
&= lim_{n_p \to \infty} \frac{cn_p^2+cn_p+n_p+1}{((c+1)n_p+1)^2} \\
&= lim_{n_p \to \infty} \frac{cn_p^2+cn_p+n_p+1}{(c+1)^2 n_p^2 + 2(c+1)n_p + 1} \\
&= lim_{n_p \to \infty} \frac{cn_p^2}{(c+1)^2 n_p^2} = \frac{c}{(c+1)^2}
\end{aligned}$$

Damit liegt der Maximalegrenzwert bei $n_p = n_n$ ($c = 1$) und ist gleich $1/4$.

Der Maximalwert der Funktion liegt bei $n_p = n_n = 0$ und ist Eins ($p(t_{neu}, 0, 0) = 1$), in einem leerer Teil des Raumuniversums entsteht, wie schon gesagt, immer ein neues Distanzenpaar. Für n_p und n_n größer Fünf ist $p(t_{neu})$ kleiner 0.3 ($n_p > 5 \wedge n_n > 5 \Rightarrow p(t_{neu}) < 0.3$).

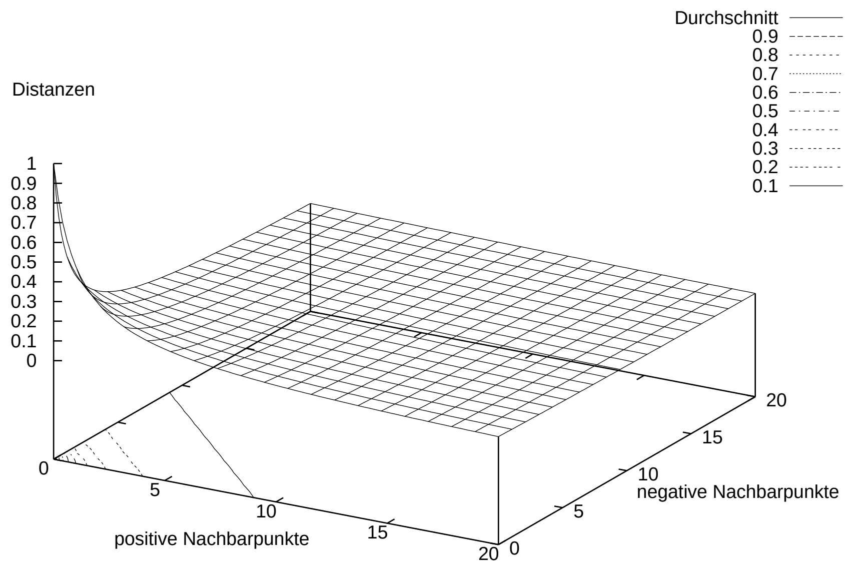


Abbildung 7: Durchschnittliche Distanzenänderung n_{net} der einzelnen Distanzarten

Abbildung 7 zeigt die durchschnittliche Distanzänderung einer Art Distanzen bei einer Transition ($\bar{n}_{net}(n_p, n_n) = \frac{1}{n_a}$). Da bei den Transitionen t_2, t_5, t_8 und t_9 (t_{neu}) jeweils eine Distanz entsteht und bei der Transition t_3 ($= t_{del}$) eine Distanz gelöscht wird, sind die jeweils entstehenden durchschnittlichen Distanzen pro Transition gleich den entsprechenden Transitionswahrscheinlichkeiten, wobei die Wahrscheinlichkeit der Transition t_3 negiert wird ($\bar{n}_{net\_t_3} = -p(t_3)$). Die Summe dieser Durchschnitte ist gleich die durchschnittliche Distanzänderung bei einer Transition ($\bar{n}_{net} = \bar{n}_{net\_t_2} + \bar{n}_{net\_t_5} + \bar{n}_{net\_t_8} + \bar{n}_{net\_t_9} + \bar{n}_{net\_t_3} = p(t_2) + p(t_5) + p(t_8) + p(t_9) - p(t_3)$).

Da die Distanzen, die im Durchschnitt bei Transitionen t_2 entstehen, durch die Distanzen, die in Durchschnitt bei der Transition t_3 gelöscht werden, aufgehoben werden (da $t_2 = O_S(t_3)$ und $\bar{n}_{net\_t_2} = -\bar{n}_{net\_t_3}$), tragen diese beiden Transitionen (t_2 und t_3) zusammen nichts zur durchschnittlichen Distanzänderung bei ($\bar{n}_{net} = p(t_5) + p(t_8) + p(t_9)$).

Wie in Abbildung 7 zu sehen nimmt die durchschnittliche Distanzänderung $\bar{n}_{net}$ pro Transition mit Zunahme der Anzahl von Nachbarpunkten ab. Um so höher also die Anzahl der Nachbarpunkte bei einem Punkt ist, um so geringer fällt die durchschnittliche Zuname der Distanzen aus. Wenn es keine Nachbarpunkte bzw. Distanzen gibt (im leeren Raumuniversenteilen) entsteht immer ein neues Distanzenpaar, bzw. die Anzahl von Distanzen kann dann nur zunehmen. Der Grenzwert für n_p oder n_n gegen Unendlich ist immer 0 ($lim_{n_p \to \infty} \bar{n}_{net} = lim_{n_n \to \infty} \bar{n}_{net} = 0$). Die Funktion $\bar{n}_{net}$ ist symmetrisch zu $n_p = n_n$.

Fraglich ist wie sich dieses Verhalten (von $\bar{n}_{net}$) auf Raumuniversen auswirkt, denn eine hohe Nachbarpunktzahl pro Punkt im Raumuniversum muss nicht bedeuten, dass alle Punkte viele Nachbarpunkte haben. Es ist auch ein fussliger Teil eines Raumuniversums denkbar, in dem von den Punkten, die Nachbarpunkt vieler Punkte sind, ein Teil der Distanzen zu Punkten führt, die nicht weiter Nachbarpunkte haben. Distanzen zu diesen einsamen Punkte ragen aus dem Dicht verbundenen Teil des Raumuniversums heraus. An solchen einsammen Punkten ist dann natürlich die durchschnittliche Distanzänderung ($\bar{n}_{net}$) sehr hoch.

Abbildung 7 zusammen mit Abbildung 6 zeigt, dass in Teilen vom Universum, in denen die Punkt mit viele Nachbarpunkten verbunden sind, die gemischt auftreten, also in unreinen Teilen, die Anzahl der Distanzen sich durchaus lokal ändert, es aber keine große durchschnittliche Distanzänderung gibt.

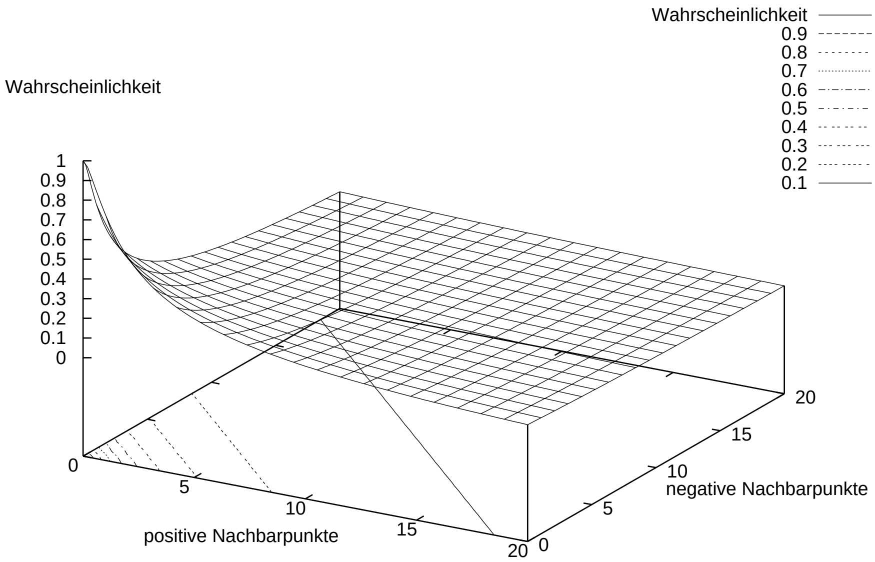


Abbildung 8: Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-neu})$ das neue Punkte entstehen

Abbildung 8 zeigt die Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-neu})$, dass neue Punkte bei einer Transition entstehen ($p(t_{p-neu}, n_p, n_n) = \frac{n_p+n_n+n_a}{n_a^2}$). Diese entspricht auch der Wahrscheinlichkeit, dass neue Fusseln entstehen.

Die Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-neu})$ ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Transitionen t_5, t_6, t_7, t_8 und t_9 ($t_{p-neu} = t_5 \cup t_6 \cup t_7 \cup t_8 \cup t_9$). Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $p(t_{p-neu})$ hat bei $n_p = n_n = 0$ sein Maximum der Höhe 1 ($p(t_{p-neu}, 0, 0) = 1$). Mit zunehmender Anzahl von Nachbarpunkten eines Punktes nehmen die Werte von $p(t_{p-neu})$ ab und gehen gegen 0 ($lim_{n_p \to \infty} p(t_{p-neu}) = lim_{n_n \to \infty} p(t_{p-neu}) = 0$). Die Funktion $p(t_{p-neu})$ ist symmetrisch zu $n_p = n_n$.

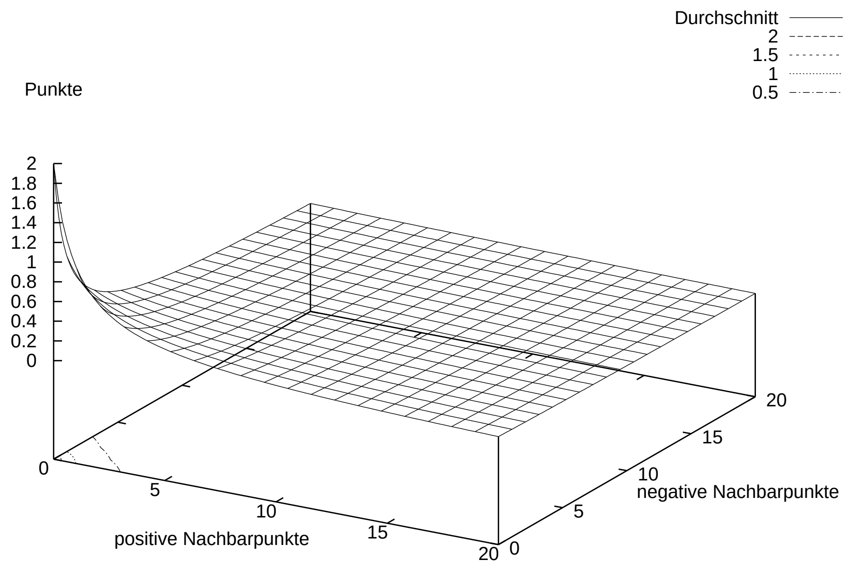


Abbildung 9: Durchschnittliche neue Punkte $\bar{p}_{neu}$

Abbildung 9 zeigt die durchschnittliche Anzahl $\bar{p}_{neu}$ der neuen Punkte die bei einer Transition entstehen ($\bar{p}_{neu}(n_p, n_n) = \frac{2}{n_a}$). Da bei der Transition t_9 zwei Punkte entstehen, ist der Maximalwert dieser Kurve Zwei ($\bar{p}_{neu}(0,0) = 2$). In den Durchschnitt $\bar{p}_{neu}$ fließt die Wahrscheinlichkeit $p_{neu\_t_9}$ der Transition t_9 doppelt ein ($\bar{p}_{neu} = p(t_5) + p(t_6) + p(t_7) + p(t_8) + 2p(t_9) = \bar{p}_{neu\_t_5} + \bar{p}_{neu\_t_6} + \bar{p}_{neu\_t_7} + \bar{p}_{neu\_t_8} + \bar{p}_{neu\_t_9} = \frac{2}{n_a}$). Mit zunehmender Anzahl von Nachbarpunkten nimmt die Kurve monoton ab und geht gegen 0 (der Grenzwert n_p bzw. n_n gegen Unendliche ist immer 0; $lim_{n_p \to \infty} \bar{p}_{neu} = lim_{n_n \to \infty} \bar{p}_{neu} = 0$). Die Werte der Funktion $\bar{p}_{neu}$ sind dabei genau doppelt so hoch, wie die Werte der Funktion $\bar{n}_{net}$ aus Abbildung 7 für die durchschnittliche Distanzänderung.

Die durchschnittliche Anzahl $\bar{p}_{neu}$ der neuen Punkte ist auch die durchschnittliche Anzahl der neu entstehenden Fussel. Danach entstehen Fussel besonders häufig, wenn die Anzahl der Nachbarpunkte gering ist. Zusammen mit der durchschnittlichen Distanzänderung aus Abbildung 7 lässt dies folgern, dass bei geringer Anzahl von Nachbarpunkten (z.B. an Fusselenden) die Expansion (Zuname von Distanzen und Punkte) besonders hoch ist.

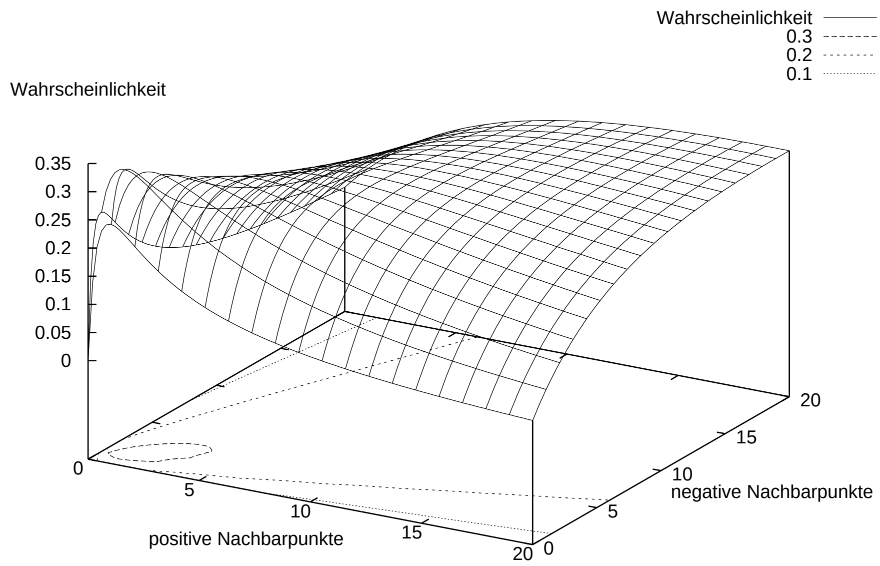


Abbildung 10: Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-del*})$ das Punkte vereinsamen können

In Abbildung 10 ist die Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-del*})$ zu sehen, dass Punkte bei einer Transition vereinsamen bzw. vom Rest des Universums abgeschnitten werden können ($p(t_{p-del*}, n_p, n_n) = \frac{n_p n_n + n_p + n_n}{n_a^2}$). Es ist die Wahrscheinlichkeit, mit der bei einer Transition eine Distanz, welche zwei Punkte verbindet, gelöscht wird. Wenn die Punkte nur durch einen Fussel (bzw. die Distanz die gelöscht wurde) verbunden waren, wird der zusammenhängende Teil des Raumuniversums, in dem der Fussel sich befindet bzw. die Distanz gelöscht wird, in zwei zusammenhängende Teile aufgespalten. Wenn ein Punkt der beiden ein Fusselende war, vereinsamt er bzw. wird vom Rest des Universums abgeschnitten und kann aus der Betrachtung gelöscht werden, da er sich genauso entwickelt, wie das Anfangsraumuniversum. Bei großen Anzahlen von Distanzen ist natürlich die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte Distanz ein Fussel ist, gering, daher dürften auch die „Abschneidungsprozesse“ seltener vorkommen.

Die Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-del*})$ ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten für die Transitionen t_3, t_6 und t_7 .
Für $n_n = cn_p$ ist der Grenzwert:

$$\begin{aligned} lim_{n_p \to \infty} p(t_{p-del*}, n_p, cn_p) &= lim_{n_p \to \infty} \frac{cn_p^2 + n_p + cn_p}{(n_p + cn_p + 1)^2} \\ &= lim_{n_p \to \infty} \frac{cn_p^2 + n_p + cn_p}{((c+1)n_p + 1)^2} \end{aligned}$$

$$= \quad lim_{n_p \to \infty} \frac{cn_p^2 + n_p + cn_p}{(c+1)^2 n_p^2 + 2(c+1)n_p + 1}$$

$$= \quad lim_{n_p \to \infty} \frac{cn_p^2}{(c+1)^2 n_p^2} = \frac{c}{(c+1)^2}$$

Diese Grenzwerte verhalten sich also genauso, wie für die Wahrscheinlichkeit für das entstehen einer neuen Distanz jeder Art $p(t_{neu}, n_p, n_n)$. Allerdings kann die Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-del*})$ höhere Werte als $1/4$ annehmen, denn das Maximum liegt bei $n_p = n_n = 1$ und ist $\frac{1}{3}$ ($p(t_{p-neu}, 1, 1) = \frac{1}{3}$).

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $p(t_{p-del*})$ ist symmetrisch zu $n_p = n_n$, da n_p und n_n in der Formel gegeneinander vertauschbar sind, ohne die Formel zu ändern. Mit sinkender Durchmischung der Arten von Nachbarpunkten nimmt die Wahrscheinlichkeit $p(t_{p-del*})$ ab.

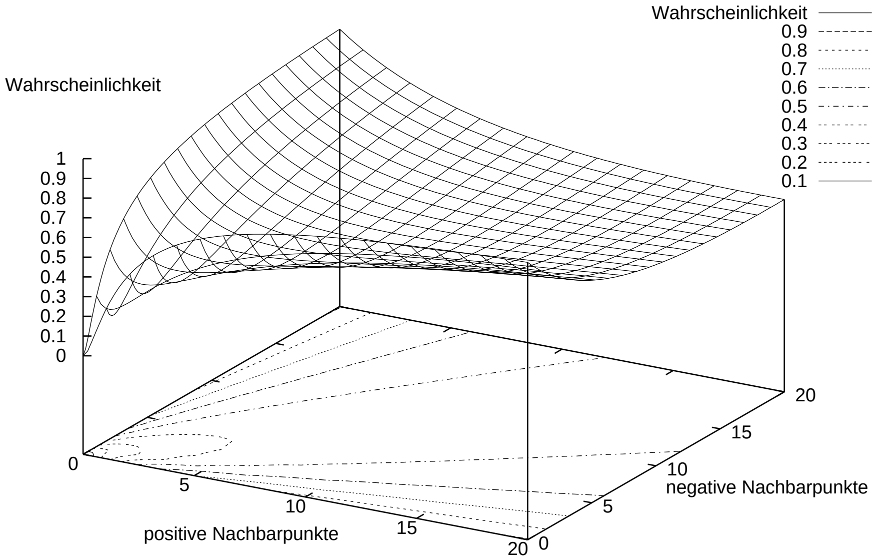


Abbildung 11: Wahrscheinlichkeit $p(t_{ae})$ das ein Distanzende zwischen zwei existierenden Punkten bewegt wird

Abbildung 11 zeigt die Wahrscheinlichkeit $p(t_{ae})$, dass bei einer Transition ein Ende von einer Distanzen zwischen zwei existierenden Punkten bewegt wird ($p(t_{ae}, n_p, n_n) = \frac{n_p^2 + n_n^2}{n_a^2}$). Die Wahrscheinlichkeit ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Transitionen t_1 und t_4 . Auch die Wahrscheinlichkeitsfunktion $p(t_{ae})$ ist symmetrisch zu $n_p = n_n$, da n_p und n_n in der Formel ohne die Formel zu ändern gegeneinander vertauschbar sind. Das Minimum der Funktion $p(t_{ae})$ liegt bei $n_p = n_n = 0$ und ist 0 ($p(t_{ae}, 0, 0) = 0$).

Zur Untersuchung des Grenzwertes wird $n_n = cn_p$ gesetzt, dann ist:

$$
\begin{aligned}
lim_{n_p \to \infty} p(t_{neu}, n_p, cn_p) &= lim_{n_p \to \infty} \frac{n_p^2 + c^2 n_p^2}{(n_p + cn_p + 1)^2} \\
&= lim_{n_p \to \infty} \frac{(c^2 + 1) n_p^2}{(c^2 + 2c + 1) n_p^2 + 2n_p + 2cn_p + 1} \\
&= lim_{n_p \to \infty} \frac{(c^2 + 1) n_p^2}{(c + 1)^2 n_p^2 + 2n_p + 2cn_p + 1}
\end{aligned}
$$

Im Term $2n_p + 2cn_p + 1$ taucht n_p nur einfach auf, deshalb verändert er den Grenzwert nicht. Damit folgt $lim_{n_p \to \infty} \frac{(c^2+1)}{(c+1)^2}$. Bei $c = 0$ ist der Grenzwert 1 ($lim_{n_p \to \infty} p(t_{ae}, n_p, 0) = 1$ und damit ist auch $lim_{n_n \to \infty} p(t_{ae}, 0, n_n) = 1$). Der minimale Grenzwertes liegt bei $c = 1$ und ist $lim_{n_p \to \infty} p(t_{ae}, n_p, n_p) = 0.5$. Um so mehr Nachbarpunkte vorhanden sind und um so weniger die beiden Arten von Nachbarpunkten vermischt sind, um so Wahrscheinlicher wird es, dass ein Distanzende im existierendem Raumuniversum verschoben wird.

Die Wahrscheinlichkeit $p(t_{ae})$ ist im Vergleich zu den anderen betrachteten Wahrscheinlichkeiten in den meisten Parameterbereichen von n_p und n_n relativ hoch. Wenn n_p und n_n größer als Fünf sind, ist die Wahrscheinlichkeit $p(t_{ae})$ größer als 0.4 ($n_p > 5 \wedge n_n > 5 \Rightarrow p(t_{ae}) > 0.4$). In reinen Universen ist sie sogar nahe Eins. Die Bewegung von Distanzenden im existierenden Universum macht also einen Großteil der Vorgänge in dichten Teilen des Universum aus.

Abbildung 12 zeigt die Wahrscheinlichkeit $p(t_{an})$ mit der bei einer Transition ein Distanzende von einem existierenden Punkt im Raumuniversum zu einem neuen Punkt versetzt wird ($p(t_{an}, n_p, n_n) = \frac{n_p + n_n}{n_a^2}$). Die Wahrscheinlichkeit $p(t_{an})$ ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Transition t_6 und t_7 .

Auch diese Funktion $p(t_{an})$ ist symmetrisch zu $n_p = n_n$. Die Werte die erreicht werden sind wesentlich geringer als bei der Funktion $p(t_{ae})$. Ihre Maxima liegen bei $n_p = 1; n_n = 0$ und $n_p = 0; n_n = 1$ und sind $p(t_{an}, 1, 0) = p(t_{an}, 0, 1) = 0.25$. Der Grenzwert für n_p bzw. n_n gegen unendlich ist immer 0 ($lim_{n_p \to \infty} p(t_{an}) = lim_{n_n \to \infty} p(t_{an}) = 0$).

Nur in einem schmalen Abschnitt, in dem zwar Nachbarpunkte vorhanden sind, aber nicht so viele, dass zu selten neue Punkte erzeugt werden, zeigt die Wahrscheinlichkeit $p(t_{an})$ höhere Werte auf, sie gehen außerhalb dieses Abschnittes schnell gegen 0 .

Die Abbildung 13 zeigt die Wahrscheinlichkeit $p(t_a)$, dass eine Distanzende bei einer Transition bewegt bzw. versetzt wird ($p(t_a, n_p, n_n) = \frac{n_p^2 + n_n^2 + n_p + n_n}{n_a^2}$). Sie setzt sich aus den Fällen t_{ae} und t_{an} zusammen, wobei der Fall t_{ae} der Fall ist, welcher am stärksten die Funktion $p(t_a)$ bestimmt. Für die Symmetrie, die Grenzwerte, die Maxima und die Minima gilt das Gleiche wie für die Kurve der Wahrscheinlichkeit $p(t_{ae})$ aus Abbildung 11, da die Wahrscheinlichkeit $p(t_{an})$ keinen Einfluss auf diese Faktoren hat.

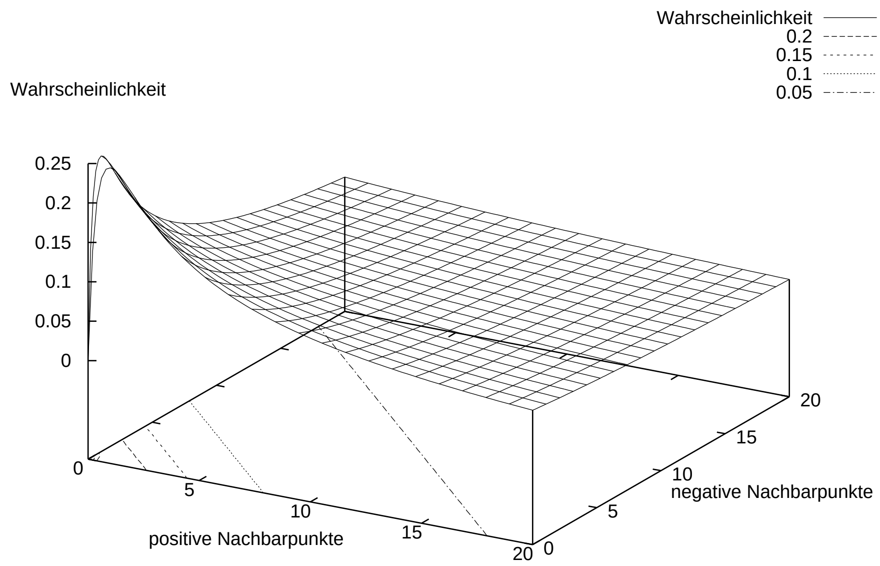


Abbildung 12: Wahrscheinlichkeit $p(t_{an})$ das ein Distanzende zu einem neuen Punkte bewegt wird

Insgesamt ergibt sich, im Hinblick auf Transitionen, folgendes Bild für das Universum.

Bei den Transitionen entstehen hauptsächlich bei geringer Anzahl von Nachbarpunkten neue Punkten und Distanzen. Bei mehr Nachbarpunkten ist die Durchmischung ausschlaggebend. Wenn eine Art von Nachbarpunkten stark überwiegt (in reinen Raumuniversumsteilen) gibt es hauptsächlich Bewegungen von Distanzenden zwischen existierenden Punkten. Wenn die Arten von Nachbarpunkten durchmischt sind, ist dieser Fall auch sehr häufig (rund 50%) aber auch die Entstehung und Vernichtung von Distanzpaaren ist relativ Wahrscheinlich. Dabei enstehen ungefähr genausoviele Distanzen wie vernichtet werden, so dass sich die Prozesse gegeneinander aufheben und im Durchschnitt so gut wie keine neuen Distanzpaar entstehen. Die Wahrscheinlichkeiten der Entstehung und Vernichtung von Distanzen und der Bewegung von Distanzenden zusammen machen bei höheren Nachbarpunktenanzahlen fast 100% aus. Es entstehen also in diesen Bereichen so gut wie keine neuen Punkte oder Distanzen.

Fraglich ist der Einfluss von Fussel und Fusselenden. Fusselenden sind in ansonsten dichten Bereichen (Bereichen mit vielen Nachbarpunkten) des Universums Orte an denen mit hoher Wahrscheinlichkeit neue Distanzen und Punkte entstehen. Die so neu entstehenden Distanzen und Punkte können in das Universum „integriert“ bzw. aufgenommen werden, in dem zu der Fusseldistanz weitere Distanzen kommen, welche das ehemalige Fusselende mit dem Rest des Universums verbin-

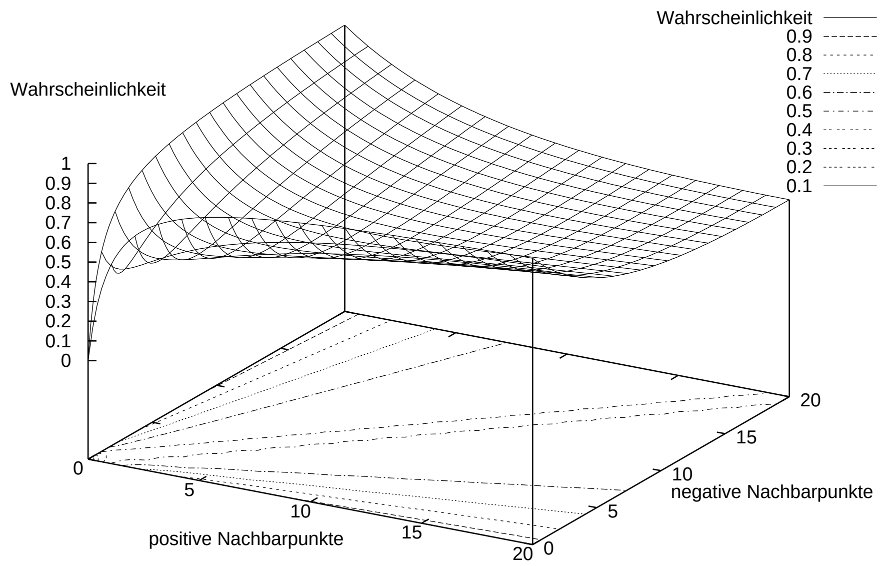


Abbildung 13: Wahrscheinlichkeit $p(t_a)$ das eine Distanzende bewegt wird

den, oder „abgestoßen“ werden, indem der Fussel gelöscht wird. Wenn Fusseln gelöscht werden und damit Teile vom Rest des Universums getrennt werden, kann dadurch in den getrennten Teilen ein Ungleichgewicht zwischen den Arten von Distanzen entstehen, in den einzelnen Teilen des Universums können dann unterschiedlich viele Anzahlen von Distanzen der Arten vorhanden sein.

4 Gesetze

Dieses Universum unterliegt einer Reihe von Gesetzmäßigkeiten. In diesem Abschnitt sollen einige dieser Gesetzmäßigkeiten (bzw. (Natur-)Gesetze) untersucht werden.

4.1 Allmähliche Veränderung

Aufgrund der Tatsache, dass die Raumuniversen durch Transitionen verändert werden und die Transitionen immer nur einige Distanzen ändern, löschen oder hinzufügen, können sich Bereiche im Raumuniversum nur allmählich verändern. Hat Beispielsweise ein Punkt vor einer Transition nur zwei ausgehende Distanzen, so kann er nach der Transition nicht zehn ausgehende Distanzen haben.

Da im Universum alle möglichen Transitionen auf allen mögliche Punkten ausgeführt werden, sind Raumuniversenfolgen und damit Verläufe bei denen Veränderung nur in wenigen Bereichen auftreten, sehr unwahrscheinlich. Anders gesagt ist es sehr unwahrscheinlich, dass Transitionen in einer Raumuniversenfolge nur immer in den gleichen Bereichen auftreten. Deshalb gelten auf größerer Skala im Universum für Vorgänge ähnliche Zeitgesetze.

Dadurch dass die Wahrscheinlichkeiten für Transitionen nur von lokalen Strukturen (bzw. den direkten Nachbarpunkten und -distanzen) abhängen, gibt es für gleiche Strukturen auch ähnliche Entwicklungsgesetze für eine nähere Zukunft. Das heißt, zwei Bereiche die gleich sind, können sich nicht von Anfang an völlig unterschiedlich entwickeln. Nur unterschiedliche äußere Einflüsse können bei gleichen Bereichen zu unterschiedlichen Entwicklungen führen.

4.2 Nachbarschaftsbeziehung

In diesem Abschnitt werden die Nachbarschaftsbeziehung von Punkten und Distanzen näher beleuchtet, dafür seinen zuerst die folgenden Definitionen angebracht. Ausgegangen wird dabei davon, dass alle Punkte und Distanzen, wenn nicht anders gekennzeichnet, aus einem Raumuniversum kommen.

Definition 19 *Der **Abstand** $n(P_1, P_n)$ zwischen zwei Punkten (P_1 und P_n), wird durch den kürzesten Distanzzug $D_{min} = \{(P_1, P_2), (P_2, P_3), \ldots, (P_{n-1}, P_n)\}$ bestimmt, der sie verbindet. Es ist $n(P_1, P_n) = |D_{min}| = n$, wenn es keinen Distenzzug zwischen den Punkten gibt ist $n(P_1, P_n) = \infty$.*

Ein Punkt ist durch den leeren Distanzzug $D_{min} = \{\}$ (einer Nulldistanz = keiner Distanz) mit sich selbst verbunden. Daraus folgt, dass ein Punkt den Abstand 0 zu sich selbst hat ($n(P, P) = 0$).
Die Abbildung n erfüllt die Metrik-Axiome, da:

$$\begin{aligned} n(P_1, P_2) &= n(P_2, P_1) \geq 0 \\ n(P_1, P_2) &= 0 \Leftrightarrow P_1 = P_2 \\ n(P_1, P_3) &\leq n(P_1, P_2) + n(P_2, P_3) \end{aligned}$$

Die Raumuniversen bilden zusammen mit der Abbildung n metrische Räume.

Definition 20 *Alle **Punkte** P_e **innerhalb des Abstands** e zu einem Punkt P_1, sind die Punkte, für die gilt $n(P_1, P_e) \leq e$.*

Definition 21 *Alle **Distanzen** D_e **innerhalb des Abstands** e zu einem Punkt P_1, sind die Distanzen, für die es einen Distanzzug D gibt, mit $|D| \leq e$, $D_e \in D$ und $(P_1, P_2) \in D$ (für einen beliebigen Punkt P_2).*

Definition 22 *Die **Oberfläche** O **zu einer Punktmenge** M im Abstand a ($O(M, a)$), ist die Menge aller Punkte, welche zu einem Punkt der Punktmenge M den Abstand a haben und zu keinem Punkt der Punktmenge M einen Abstand kleiner als a.*
$O(M, a) = \{P \mid \exists P_1 \in M \wedge a = n(P_1, P) \wedge \forall P_2 \in M \wedge (a \leq n(P_2, P))\}$

Definition 23 *Die **Punktdichte bzw. Distanzdichte** eines Bereiches im Abstand a um einen Punkt P, ist die Anzahl der Punkte bzw. Distanzen innerhalb dieses Abstandes a um den Punkt P.*

Definition 24 ***Zwei Punkte sind (nahe) benachbart**, wenn es einen (kurzen) Distanzenzug gibt, der sie verbindet.*

Definition 25 ***Zwei Punkte sind nicht anders (nahe) benachbart** als durch ein Distanz bzw. einen Fussel D, wenn sie im Raumuniversum ohne die Distanz D nicht (nahe) benachbart sind.*

Definition 26 ***Zwei Punkte entfernen sich von einander bzw. nähern sich an**, wenn der Abstand zwischen den Punkten im betrachtetem Teil des Universums größer bzw. kleiner wird.*

Bei der Entstehung von Distanzen sind ihre Endpunkte nach der Transition, im gleichen Raumuniversum ohne die Distanz, bedingt durch die Art der Entstehung, entweder auch nahe benachbart oder nicht benachbart (wenn ein neuer Punkt entsteht).

Nur in Transition t_1 oder t_4 also im Fall t_{ae} können sich die Endpunkte einer Distanz zu Nachbarpunkten als Endpunkte ändern. Damit sich die Endpunkte einer Distanz (im Universum ohne die Distanz) von einander entfernen, muss sich ein Endpunkt zu einem vom anderem Endpunkt entfernteren Nachbarn bewegen. Und diese Distanz darf, bei der Entfernung ihrer Endpunkte, nicht irgendwann ausgelöscht werden.

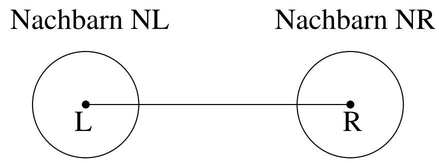


Abbildung 14: Wanderung der Distanzenden

Satz 1 (Lokalität) *Die Wahrscheinlichkeit, dass die Endpunkte einer Distanz, im gleichem Raumuniversum ohne die Distanz, den Abstand n haben, nimmt exponentiell mit n ab.*

Abbildung 14 soll die folgenden Ausführungen verdeutlichen, R und L sind dabei die Endpunkte der Distanz von der ein Endpunkt versetzt wird, des weiteren ist NR bzw. NL die Menge der jeweiligen direkten Nachbarpunkte (sie haben den Abstand 1 zu R bzw L) der Distanzenden/Punkte R bzw. L. Die Distanz die im Fall t_{ae} einen ihrer beiden Endpunkte (L und R) zu einem Nachbarpunkt ändert, hat dafür jeweils zwei Möglichkeiten. Entweder wird das Distanzende zu einem lokalen Nachbarn versetzt, in Abbildung 14 wird dann R bzw. L zu einem Nachbarn in NR bzw. NL versetzt, oder zu einem entfernten Nachbarn, R bzw. L wird zu einem Nachbarn in NL bzw. NR versetzt. Wenn der Endpunkt zu einem entfernten Nachbarn versetzt wird, rückt er näher an den anderen Endpunkt der Distanz heran, die Endpunkte entfernen sich dabei nicht. Nur wenn der Endpunkt zu einem zu ihm lokalen Nachbarn wandert, kann er sich vom anderen Endpunkt entfernen, er kann ihm dabei aber auch näher kommen oder seinen Abstand beibehalten. Beide Möglichkeiten, dass ein Endpunkt zu einem lokalen oder entfernten Nachbarn versetzt wird, sind gleich Wahrscheinlich. Denn welche Möglichkeit auftritt hängt nur davon ab, in welche Richtung beim Aufspalten der Nulldistanz welche der beiden Distanzen geht. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden Distanzenden weiter entfernen, ist damit maximal $1/2$. Daraus folgt, dass die Wahrscheinlichkeit, nachdem a mal ein Distanzende der Distanz versetzt wurde, auch a mal sich die beiden Distanzenden weiter entfernt haben, maximal $(1/2)^a$ ist.

Dadurch entsteht Lokalität im Universum, beziehungsweise die Endpunkte einer Distanz sind mit hoher Wahrscheinlichkeit auch anders als durch die Distanz nahe benachbart oder gar nicht benachbart.

4.3 Vernetzung

Nur durch die Transitionen t_1 und t_4 können Teile des Universums vernetzt werden. Daraus folgt auch, dass nur reine Raumuniversumsteile vernetzt werden können.

Mit Vernetzung ist dabei gemeint, dass ein Distanzzug zwischen Punkten auch Distanzen mit völlig anderen Endpunkten enthalten können, als ein zweiter Distanzzug zwischen den gleichen Punkten. Ohne Vernetzung müssten ein Distanzzug zwischen zwei Punkten immer einen Distanzzug enthalten, der die beiden Punkte als Endpunkte hat und dessen Distanzen die gleiche Anzahl und Reihenfolge von Endpunkte hat wie der kürzeste Distanzzug zwischen den beiden Punkten.

Ohne Vernetzung würde jeder Punkt so viele Raumuniversumsteile trennen, die ohne ihn nicht untereinander zusammenhängen, wie der Punkt direkte Nachbarpunkte hat. Seine Nachbarpunkt wären also ohne ihn nicht benachbart. Das Raumuniversum wäre dann eine Art Baum mit mehrfachen Verbindungen zwischen seinen Knoten.

Wie sieht es aber mit der Vernetzung im vorgestellten Universum aus?

Nur die Transitionen t_1 und t_4 können den Abstand zwischen zwei Punkten im Raumuniversum verringern, nur durch sie können alternative (Distanz-) Pfade über andere Punkte entstehen. Diese Transitionen können aber nur zwischen Punkten stattfinden, die durch Distanzen der gleichen Art verbunden sind. Daraus folgt, dass nur solche Punktmengen vernetzt werden können.

Wenn Punkt p_1 und Punkt p_2 durch positive und Punkt p_2 und Punkt p_3 durch negative Distanzen verbunden sind (siehe Abbildung 15), können die Punkte p_1

und p_3 nur über p_2 verbunden sein, da es keine Transition gibt, die ein Distanzende über eine Distanz der gegensätzlichen Art versetzen kann. Solche Punkte wie p_2 sind also Engpässe, über die alle Distanzänderungen laufen müssen, die zwei Teile mit unterschiedlichen Distanzarten eines Raumuniversums beeinflussen. Nur über solche Engpässe können Vorgänge in einem reinen Bereich des Raumuniversums Auswirkung auf andere reine Bereich haben.

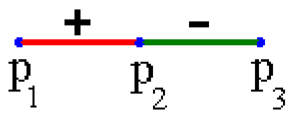


Abbildung 15: Drei Punkte

Wenn also alle reinen Bereiche (Punkte die nur durch Distanzen einer Art verbunden sind) im Universum durch jeweils einen Punkt ersetzt werden, bildet die zusammenhängenden Raumuniversenteile des Universums immer Baumstrukturen mit zwei verschiedenen Kantenarten und möglicherweise mehreren Kanten der gleichen Art zwischen zwei Punkten. Nur in reinen Bereichen können vernetzte Strukturen entstehen.

Vernetzung dürfte aber auch den Zusammenhalt der vernetzten Punkte fördern, da dort in mehreren Bereichen Distanzen gelöscht werden müssen, um die Punkte voneinander zu trennen (so dass es keinen Distanzzug mehr zwischen ihnen gibt). Während in nicht vernetzten Bereichen immer nur die Distanzen zwischen nur zwei Punkten getrennt werden müssen, um den Raumuniversumsteil in zwei nicht zusammenhängenden Teile aufzuspalten.

Reine vernetzte Teile dürften also eine wichtige Rolle für Strukturen und beim Zusammenhalt des Universums spielen.

4.4 Zeit

In diesem Abschnitt soll der Zeitbegriff im Universum näher beleuchtet werden.

4.4.1 Standard Uhren

Definition 27 *Eine **Standarduhr** C_S ist ein theoretischer Raumuniversumsteil im Universum, der mit dem Rest des Universums nicht verbunden ist und sich nicht durch Transitionen verändert, bzw. immer konstant ist.*

Standard Uhren dienen der lokalen Zeitmessung im Universum. Das Zeitverhalten eines Bereichs im Universum ist bezüglich einer Standarduhr unabhängig vom Rest des Universums. Im Gegensatz Beispielsweise zu einer Zeitmessung, welche sich auf einen Tick auf jeden Raumuniversumspunkt bezieht.

Definition 28 *Eine **Standarduhrtick** ist eine Folge von Raumuniversen, während der auf den Distanzen einer Standarduhr durchschnittlich eine Transition angewendet wird.*

Natürlich ist für ein normalen Raumuniversumsteil in einer Raumuniversumsfolge nicht zu sagen, wann durchschnittlich eine Transition auf ihm ausgeführt wird. Für einen theoretischen, sich nicht verändernden Raumuniversumsteil ist dies aber rechnerisch lösbar.

Die Unabhängigkeit der Standarduhr kommt dadurch zu Stande, dass diese unabhängig vom Rest des Universums immer gleich ist. Bei einer lokalen Betrachtung bezüglich einer Standarduhr, ist das Verhältnis der Anteile der möglichen Transitionen, für die Standarduhr und den lokalen Bereich, unabhängig vom Rest des Universums.

Beweis:
Wenn ein lokaler Bereich, bzw. ein Raumuniversumsteil RU_t, existiert mit $|t_{RU_t}|$ möglichen Transition und eine Standarduhr C_S mit $|t_{C_S}|$ möglichen Transition und im gesamten Raumuniversum RU_g, $|t_{RU_g}|$ Transition mögliche sind. Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Transition im Raumuniversumsteil RU_t geschieht: $p(RU_t) = |t_{RU_t}| \,/\, |t_{RU_g}|$ und für die Standarduhr C_S: $p(C_S) = |t_{C_S}| \,/\, |t_{RU_g}|$. $p(C_S)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Transition in der Standarduhr ausgeführt wird, wenn auf dem gesamten Raumuniversum eine Transition ausgeführt wird, damit ist $1/p(C_S) = |t_{RU_g}| \,/\, |t_{C_S}|$ ein Standartuhrtick oder die Anzahl der Transitionen auf dem gesamten Raumuniversum, während derer auf der Standarduhr durchschnittlich eine Transition ausgeführt wird. Damit ist das Verhältnis von $p(RU_t)$ und $p(C_S)$, oder dass Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten, dass während einer Transitione diese in dem Raumuniversumsteil RU_t oder der Standarduhr C_S auftritt :$p(RU_t)/p(C_S) = (|t_{RU_t}| \,/\, |t_{RU_g}|)/(|t_{C_S}| \,/\, |t_{RU_g}|) = (|t_{RU_t}|)/(|t_{C_S}|)$, also unabhängig vom Rest des gesamten Raumuniversums.

Um die Zeitrechnung im Universum zu Standartisieren werden noch folgende zwei Definitionen aufgestellt:

Definition 29 *Eine **Eins-Standarduhr** C_{S1} ist eine Standarduhr die aus einem hypothetischen (End-)Punkt besteht.*

Das “hypothetischen” ist notwendig, da ein Endpunkt nicht einzeln existieren kann. Dieser Punkt ohne Ausgehende Distanzen wird also nur angenommen und dann betrachtet wie viele Transitionen auf dieser Eins-Standarduhr durchschnittlich geschehen.

Definition 30 *Eine **Einstick** CT_1 ist eine Standarduhrtick einer Eins-Standarduhr.*

Einem Einstick liegt damit nur eine mögliche Transition zugrunde.

Um die Anzahl der Einsticke zu berechnen, die während einer Transition in einem Raumuniversumsteil durchschnittlich vergehen, ist nur die Anzahl der möglichen Transitionen des Raumuniversumsteils zu ermitteln und 1 durch diese Zahl zu teilen. Um so größer ein Raumuniversum wird und um so mehr Transitionen in ihm möglich sind, um so weniger Einstick geschehen während einer Transition in ihm. Das bedeutet, wenn eine bestimmte durchschnittliche Anzahl von Transition in einem Raumuniversumsteil betrachtet wird, ist die Anzahl der Einstick während dieser Transitionen gleich, egal wie groß und wie Strukturiert der Rest des Raumuniversums ist.

Standard Uhren stellen also sicher, dass die Veränderungen im einem Raumuniversumsteil unabhängig vom Rest des Raumuniversums betrachtet werden können.

Beispiel: In einem Raumuniversum RU_1 sind 100 Transitionen möglich und es wird der Einfachheit halber angenommen, dass sich die Anzahl möglich Transitionen nach beliebig vielen Transition nicht ändert. Dann geschehen während einer Transition im Raumuniversum RU_1 $1/100$ Einsticke und während 100 Transitionen im Raumuniversum RU_1 1 Einstick.

Ein zweites Raumuniversum RU_2 besteht nun aus 2 seperaten Teilraumuniversen RU_{t1} und RU_{t2} die identisch zu dem Raumuniversum RU_1 sind. Damit sind im Raumuniversum RU_2 200 Transitionen möglich. Daraus folgt, während einer Transition im Raumuniversum RU_2 geschehen $1/200$ Einsticke und während 200 Transitionen im Raumuniversum RU_2 1 Einstick. Damit entfallen auf durschnittlich 100 Transitionen im Teilraumuniversen RU_{t1} (und seperat RU_{t2}, da sich die 200 Transitionen mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf beide Teilraumuniversen verteilen) ein Einstick, also genausoviele wie bei genausovielen (100) Transitionen im einzelen gleichen Raumuniversum RU_1.

4.4.2 Zeitverhalten

Mit den Definitionen der Standartuhr sind folgende Aussagen über das Zeitverhalten von lokalen Bereichen im Universum möglich.

An einem Punkt ist die Wahrscheinlichkeit für eine Transition um so höher, je mehr Nachbarn er hat, da mit der Anzahl seiner Nachbarn die Anzahl der möglichen Transitionen zunimmt. Genauer: Die Wahrscheinlichkeit für eine Transition steigt quadratisch mit der Anzahl der Nachbarn eines Punktes, da die Anzahl der möglichen Transitionen $|t_P|$ an einem Punkt P mit n_a Nachbarn(inklusive dem punkt selbst) gleich $|t_P| = (n_a)^2$ ist. Damit steigt die Wahrscheinlichkeit für eine Veränderung an einem Punkt, bzw. der Zeitablauf, quadratisch mit der Anzahl seiner Nachbarn n_a gegenüber einer Standarduhr.

Da die Anzahl der möglichen Transition additiv für mehrere Punkte ist, ist auch die Wahrscheinlichkeit für eine Veränderung an diesen Punkten additiv.

Beispiel 1:

Das Zeitverhalten eines Raumbereich RU mit 10 Punkten die jeweils 10 Nachbarn n_a haben, wird im Hinblick auf eine Eins-Standarduhr, betrachtet. Die Anzahl der möglichen Transitionen $|t_{RU}|$ im Raumbereich RU ist: $|t_{RU}| = n_a^2 * 10 = 10^2 * 10 = 1000$. Für eine Transition benötigt der Raumbereich RU im Durchschnitt $1/1000$ Einsticke.

Beispiel 2:

Ein Raumbereich RU_3 mit mit nur 5 Nachbarn n_{a3} pro Punkt, muss genauso viele mögliche Transitionen wie Beispiel 1 haben, um in der gleichen Zeit($1/1000$ Einsticke) durchschnittlich eine Transition zu erfahren.

$$\begin{aligned}|t_{RU_3}| &= |t_{RU}| \\ |t_{RU_3}| &= (n_{a3}^2 * p) \\ p &= |t_{RU_3}| / n_{a3}^2 \\ p &= 1000/5^2 \\ p &= 1000/25 = 40\end{aligned}$$

Der Raumbereich RU_3 muss also 40 Punkte umfassen, um in der gleichen Zeit($1/1000$ Einsticke) wie in Beispiel 1 durchschnittlich eine Transition zu erfahren.

Mit Zunahme der Nachbarn pro Punkt in einem Raumuniversumsteil, nimmt also auch die Anzahl der Transitionen pro Punkt (Veränderungsgeschwindigkeit) zu. Während eine Zunahme der Punkte bei gleichbleibender Anzahl Nachbarn pro Punkt die Anzahl der Transitionen pro Punkt sich nicht verändert.

Unendliche schnelle Raumuniversumsfolgen Dadurch, dass die Anzahl der möglichen Transitionen pro Punkt mit der Anzahl seinen Nachbarn zunimmt, gibt es das Phänomän, dass unendlich viele Transitionen in einem Raumuniversum auftreten können, ohne dass auch nur ein Einstick vergeht. Es gibt also unendliche Raumuniversumsfolgen, die keinen Einstick lang sind.

Beweis: Es wird ein Raumuniversum mit einem Punkt und zwei Punktmengen angenommen:

- Einen Mittelpunkt m an dem immer zwei neue Distanzen zu neuen Punkten entstehen.
- Einen Menge der positiven Nachbarn p zum Mittelpunkt.
- Einen Menge der negativen Nachbarn n zum Mittelpunkt.

Ein solcher Verlauf, bei dem immer die gleiche Transition an einem gleichen Punkt (dem Mittelpunkt) auftritt, ist sicherlich sehr Unwahrscheinlich (die Wahrscheinlichkeit nimmt exponentiell mit der Anzahl der Transitionen ab) aber möglich und damit im Universum existent. Die Anzahl der mÃ¶glichen Transitionen in den Mengen der positiven bzw. negativen Nachparpunkte ist $4 * |p|$ bzw. $4 * |n|$, da jeder Nachbarpunkt des Mittelpunks genau einen Nachbarn hat, den Mittelpunkt, und somit an ihm $2^2 = 4$ Transitionen mÃ¶glich sind.

Wenn t die Anzahl der möglichen Transitionen ist und für $t = 0$ (also am Anfang) die Anzahl der möglichen Auswahlen der Nachbarpunkte für den Mittelpunkt n_{am} ist, sowie die Mengen der positiven und negativen Nachbarn leer sind.

Dann folgt für die Anzahl der Standarteinsticks CT_1 nach e Transitionen:

$$
\begin{aligned}
CT_1 &= \lim_{e\to\infty} \sum_{t=0}^{e} 1/((n_{am} + 2t)^2 + 4 * |p| + 4 * |n|) \\
CT_1 &= \lim_{e\to\infty} \sum_{t=0}^{e} 1/(n_{am}^2 + 4n_{am}t + 4t^2 + 4 * t + 4 * t) \\
CT_1 &= \lim_{e\to\infty} \sum_{t=0}^{e} \frac{1}{4t^2} \\
CT_1 &= \lim_{e\to\infty} \frac{1}{4} \sum_{t=0}^{e} \frac{1}{t^2} \\
CT_1 &= \frac{1}{4}\frac{\pi^2}{6} = \frac{\pi^2}{24} \approx 0,41
\end{aligned}
$$

Innerhalb von rund $0,41$ Standarteinsticks gibt es in dieser Raumuniversumsfolge unendlich viele Transitionen.

4.4.3 Bewegungsgeschwindigkeit

Wie in Abschnitt 4.4.2 (Seite 34) beschrieben, ist in mehr vernetzten Raumbereichen (Raumbereichen mit mehr Nachbarn pro Punkt) die Anzahl der Transitionen auf einem Einstick höher, als in weniger vernetzten Raumbereichen. In mehr vernetzten Raumbereichen ist auch die Wahrscheinlichkeit, dass ein Distanzende bewegt/verlegt wird t_{ae} höher als in weniger vernetzten Raumbereichen.

Um so mehr vernetzt ein Raumbereich wird, um so schneller dürften also Bewegungen in ihm werden.

4.5 maximale Geschwindigkeit

Es gibt eine maximale Geschwindigkeit („Lichtgeschwindigkeit“) die dadurch definiert ist, wie schnell sich etwas im Raum maximal ausbreiten kann. Nur durch eine Punkttick kann etwas an andere Nachbarpunkte weitergegeben werden, bzw. sich einen Endpunkt einer Distanz in deren Richtung bewegen. Die Maximalgeschwindigkeit ist also ein Punkt per Punkttick.

Auf verschiedene Arten kann diese Geschwindigkeit auf größeren Bereichen überschritten werden.

Erstens können lokal die Punkte, die etwas weitergeben, im Verhältnis zu den anderen Punkten im Bereich, öfter ticken, so dass dort anscheinend die Zeit schneller vergeht. Allerdings wäre das ein rein zufälliger Effekt und das Produkt, aus Stärke (Zeitbeschleunigung) mal Wahrscheinlichkeit das es Auftritt, nimmt mit der Größe des beschleunigten Bereiches ab.

Die zweite Art betrifft die Nachbarschaftsbeziehung von Punkten. Wenn in einem Bereich die Punkte weniger Distanzen zwischen sich haben, als ihre Nachbarpunkte auf denen die Beobachtung ausgeführt wird, ist die maximale Übertragungsgeschwindigkeit zwischen ihnen schneller, als auf der Bahn zwischen den Nachbarpunkten. Ein extrem davon wäre eine Art Wurmloch. Hierzu sei auch auf den Abschnitt 4.2 Seite 29 verwiesen.

Desweiteren können sich Bereiche des Universums gegenüber anderen Bereichen bewegen. Dies sollte aber hauptsächlich in größeren Maßstäben auftreten.

5 Struktur des Universums

In diesem Abschnitt soll die allgemeine Struktur des Universums näher beleuchtet werden.

Wie bereits ausgeführt besteht ein Raumuniversum aus positiven und negativen Distanzen. Alles was im Universum existiert, existiert nur als Struktur von Distanzen und deren Veränderung, bzw. es gibt nichts außer Folgen von Distanzstrukturen im Universum.

Das Universum besteht aus Folgen von Raumuniversen, die nach ihrer Größe (Anzahl von positiven oder negativen Distanzen plus Anzahl der Punkte) in Schichten angeordnet werden können. Dabei ist das leere Anfangsraumuniversum RU_a allein in der ersten Schicht. Die von einem Raumuniversum ausgehenden Zweige bzw. gerichteten Kanten werden durch die Transitionen bestimmt (jede mögliche Transition erzeugt eine ausgehende Kante), wobei sich auch Zweige vereinigen und Schleifen bilden können (wenn aus verschiedenen Raumuniversen sich das gleiche Raumuniversum bildet). Es sind allerdings nur Raumuniversen benachbarter Schichten durch Kanten verbunden. Um so größer die Raumuniversen sind bzw. um so höher die Schicht ist, um so mehr Kanten gehen von den Raumuniversen aus und um so mehr Raumuniversen existieren in der Schicht. Daraus folgt, dass es mehr Wege in und zu höheren Schichten als in und zu niedrigeren Schichten gibt. Dadurch wird eine zufällig gewählte Folge von Raumuniversen mit höherer Wahrscheinlichkeit als ganzes expandieren (Raumuniversen in der Folge werden größer) als implodieren (Raumuniversen in der Folge werden kleiner).

6 Energie

Energie ist eine „Unausgeglichenheit“ die sich fortpflanzt. Eine solche „Unausgeglichenheit“ könnte beispielsweise dadurch vorhanden sein, dass in einem Bereich mehr Distanzen vorhanden sind als in der Umgebung.

7 Vergleich zu unserem Universum

Wie ähnlich dieses Universum dem Unseren ist, oder ihm sogar entspricht, kann ich zur Zeit nicht sagen. Bei einer Untersuchung kommt erschwerend hinzu, dass unser wahrgenommenes Universum nur einen Teil dieses Universums ausmachen kann.
Dafür zu beantwortende Fragen sind Beispielsweise:

- Wie sind unsere Größenskalen übertragbar? Wieviel Distanzen hintereinander sind ein Meter? Wieviel Transitionen sind auf welchen Strukturen eine Sekunde?
- Was ist Materie bzw. sind Teilchen oder Energie?

- Was ist Bewegung von Objekten?
- Was für (größere) Strukturen bzw. Objekte sind wann Wahrscheinlich?
- Welche Naturkonstanten oder (größerskalige) Naturgesetze gibt es?

Über die meisten dieser Fragen kann ich zur Zeit nur Vermutungen anstellen.

7.1 Größenbetrachtungen

Werden die elementaren Distanzen mit der Planck-Länge von 10^{-35} m gleichgesetzt, so enthält ein generiertes Raumuniversum mit 10^9 elementar Distanzen, soviel Distanzen, dass sie aneinander gelegt rund 10^{-26} m ausmachen. Ein Raumuniversum mit 10^9 Distanzen ist weit von dem entfernt, was ich bisher in den Testreihen mit dem Simulator berechnen konnte.

Wird ein Universumentick (rund ein Punkttick bzw. eine Transition auf jeden Punkt im betrachteten Teil des Universums) mit der Planck-Zeit von 10^{-43} s gleichgesetzt, sind 1000 Ticks gerade mal 10^{-40} s.
(Die Werte der Planck-Konstanten beruhen auf Angaben in der deutschen Wikipedia `www.wikipedia.de` .)

8 Universums Simulatoren

Mittlerweile gibt es drei Simulatoren zum Universum, die sich alle in Geschwindigkeit und Theorienähe unterscheiden.

Die Simulatoren berechnet dabei nicht das Universum, sondern gültige Folgen von Raumuniversen. Sie unterscheiden sich nur in den Wahrscheinlichkeiten, mit der eine bestimmte Raumuniversumsfolge berechnet wird, und der Zeit, welche die Berechnung benötigt. Der Unterschied kommt durch die unterschiedlichen Wahlen der Transition zustande.

Der Simulator univers wählt die Transitionen gleichwahrscheinlich aus der Menge der möglichen Transitionen aus(so wie von der Theorie gefordert) und ist der wohl langsamste der drei Simulatoren.

Beim Simulator universD liegt der Wahl der Transitionen die Anzahl der ausgehenden Distanzen eines Punktes (plus Eins) zugrunde.

Im Simulator universP wird zuerst ein Punkt und dann zwei Distanzen (plus Eins) dieses Punktes gleichwahrscheinlich ausgewählt. Dieser Simulator ist der schnellste der drei Simulatoren, dafür sind die Wahrscheinlichkeiten, mit der Raumuniversumsfolgen erzeugt werden, am weitesten von dem Universum „Wilde Raumzeit“ entfernt.

Näheres zur Implementation und Funktionsweise der Simulatoren ist in der Dokumentation zu den Simulatoren zu finden.

Bei den bisher erzeugten Testreihen wurde nach einer Iteration meist nur der größte Teil des aktuelle Raumuniversums weiter betrachtet und der Rest gelöscht. In den

Testreihen stellte sich heraus, dass die Raumuniversumsfolge, die durch universP erzeugt werden, sehr schnell exponentiell wachsen, so dass schon in der Größenordnung von 100 Ticks (1 Tick ist gleich eine Transition auf jeden Raumuniversumspunkt) die Raumuniversen für weitere Berechnungen zu groß wurden. Bei den Simulatoren univers und universD war die Größe der Raumuniversen über längere Zeit annähernd in einem Größenbereich, so dass keine größeren zusammenhängenden Strukturen entstanden.

Wenn bei den Simulatoren nicht Raumuniversumsteile gelöscht werden, wachsen die Raumuniversen der Folge immer sehr rasch, so dass schon nach wenigen Ticks keine weiteren Raumuniversen, in vertretbarer Zeit, berechnet werden können.

Dieses macht die Untersuchung natürlich schwierig. Einerseits sollen Effekte und Gesetzmäßigkeiten in größeren, zusammenhängenden Raumuniversumsteilen untersucht werden, andererseits sind Folgen von größeren, zusammenhängenden Raumuniversumsteilen nur aufwändig erzeugbar.

Auch die Bedeutung dieser Effekte für das Universum ist schwierig einzuschätzen. Einerseits soll das Universum schon größere, beständige, zusammenhängende Teile enthalten, andrerseits ist bei zu großen Wachstum auch die Interaktion von Strukturen im Universum unwahrscheinlich.

9 Untersuchung einer Testreihe

Zur Untersuchung, der hier vorgestellten Theorie, wurde der Simulator universP programmiert. Repräsentiert werden dabei die unterschiedlichen Raumuniversen durch Listen von Punkten, in den Punkten sind auch ihre Nachbarpunkte mit der Art der Verbindung bzw. Distanz zu ihnen abgespeichert. Ein Tick ist die minimale Zeiteinheit im Simulator. Bei einem Tick wird aus einem Raumuniversum ein neues Raumuniversum berechnet, indem nacheinander für alle Punkte (p_2) des Ursprungsraumuniversums jeweils zwei Nachbarpunkte (p_1 und p_3) des Punktes (p_2) (gleichwahrscheinlich) ausgewählt werden und dann die zugehörige Transition ausgeführt wird. Die neu erzeugten Punkte werden an das Ende der Liste für das Raumuniversum angefügt, so dass um so älter ein Punkte ist, er um so weiter vorn in der Liste steht. Das erzeugte Raumuniversum wird als der Ausgangspunkt für das im nächsten Tick zu erzeugende Raumuniversum genommen. Es wird also nur eine Folge von Raumuniversen berechnet und nicht alle möglichen, dies geschieht um den Berechnungsaufwand der Simulation noch handhabbar zu halten. Auch entspricht die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Raumuniversenfolge generiert wird, nicht der Wahrscheinlichkeit, die sie nach der vorgestellten Theorie haben müsste. Die Testreihe gibt damit einen Eindruck der Möglichkeiten, aber nicht der Wahrscheinlichkeit.

Desweiteren werden nach einem Tick, um Rechenzeit zu sparen, alle Teile des Raumuniversums aus ihm gelöscht, die nicht mehr mit dem größten zusammenhängenden Teile (bzw. dem mit den meisten Punkten) des Raumuniversums verbunden sind.

Begonnen wurde mit einem Anfangsraumuniversum, welches nur einen Punkt (ohne Distanzen) enthielt. Im Nachfolgendem ist mit der Zeit die Anzahl der Ticks seit dem Anfangsraumuniversum gemeint. Alle nachfolgenden Daten entstammen der gleichen Testreihe (Folge von Raumuniversen).

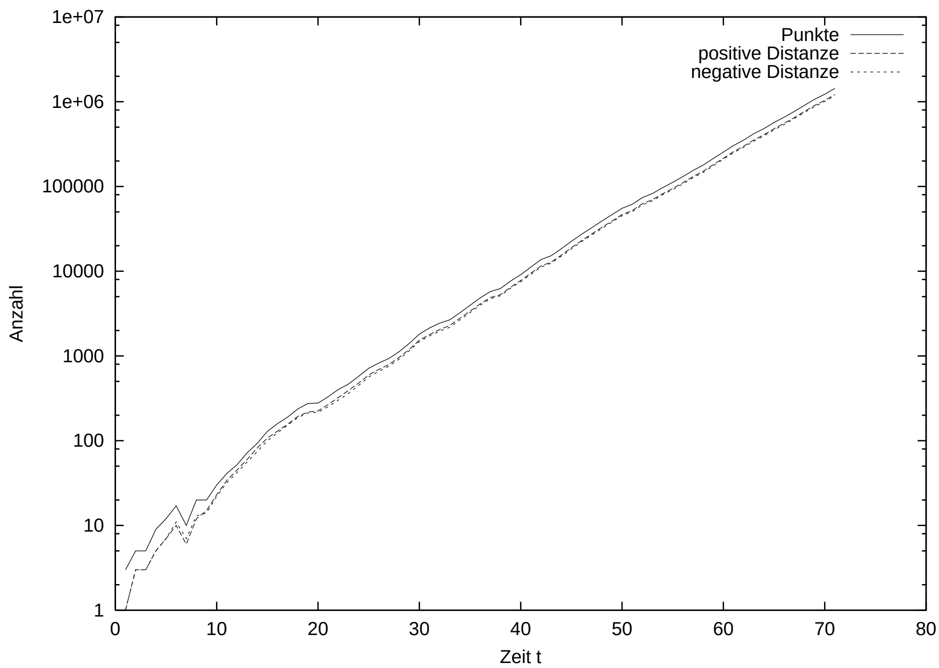


Abbildung 16: Anzahl der Punkte, negativen und positive Distanzen in den Raumuniversen

Abbildung 16 zeigt die Anzahl der Punkte (P), negativen (ND) und positive Distanzen (PD) in den Raumuniversen. Alle drei Kurven zeigen einen ähnlichen exponentiellen Anstieg, wobei die Kurven für die Distanzanzahlen fast identisch sind. Die Anzahl der Punkte liegt dabei etwas über der Anzahl der unterschiedlichen Arten von Distanzen.

In Abbildung 17 wird das Verhältnis von Punkten zu Distanzen (Distanzen-Punkte-Quotient) gezeigt. Dabei wurde die Anzahl der Distanzen insgesamt durch die Anzahl der Punkte dividiert (Distanzen/Punkte). Nach einer Anfangsphase, in der die Anzahl der Distanzen pro Punkt stark zunimmt, pendelt sich das Verhältnis bei rund 1.66 ein. Es existieren dort also rund 1.66 Distanzen pro Punkt. Allerdings sind die Anzahlen von Distanzen nicht gleichmäßig über die Punkte verteilt.

Abbildung 18 zeigt die Ausdehnung der Raumuniversen. Dafür wurde die Entfernung zwischen bzw. der Abstand von dem ältesten Punkt des Raumuniversums (der am weitesten vorn in der List steht) zu dem Punkt, der von ihm am weitesten entfernt aber noch mit ihm verbunden ist, gemessen. Der Anstieg der Ausdehnung ist, zumindest im untersuchtem Bereich, ungefähr linear. In Verbindung mit Abbil-

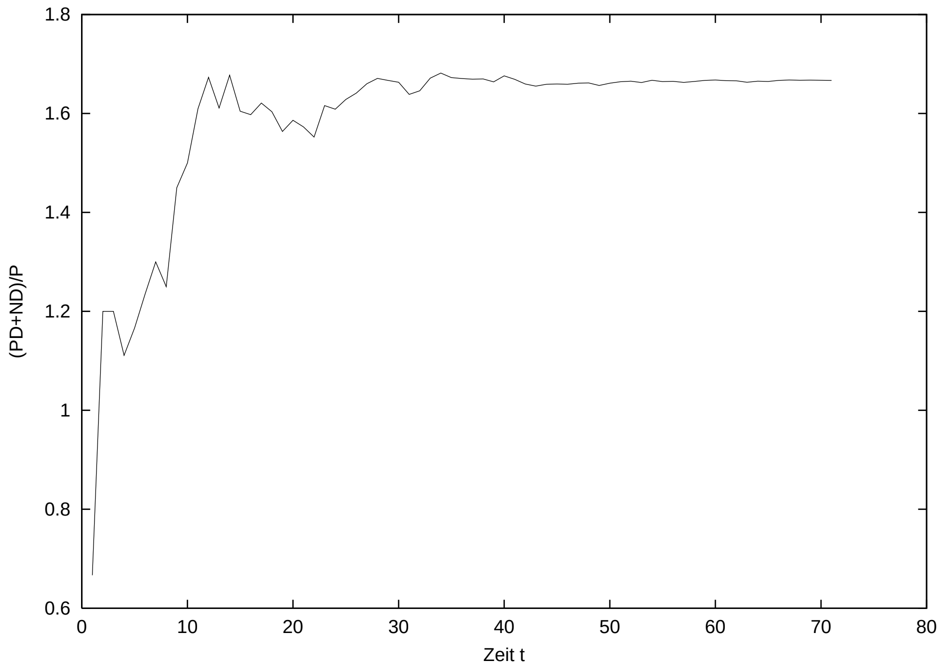


Abbildung 17: Distanzen-Punkte-Quotient in den Raumuniversen

dung 16 für die Anzahl von Punkten und Distanzen bedeutet dies, dass die Dichte in den untersuchten Raumuniversen mit der Zeit zunimmt.

Abbildung 19 zeigt die Anzahlen der einzelnen Transitionsarten in den Raumuniversen. Die Kurve i gehört dabei zu der Transition t_i . Alle Kurven zeigen, wie Abbildung 16 erwarten lässt, einen exponentiellen Anstieg, da auf jedem Punkt des Raumuniversums beim Tick eine Transition ausgeführt wird.

Abbildung 20 zeigt die zugehörigen Anteile der einzelnen Transitionen an der Gesamtanzahl der Transitionen. Bereiche oberhalb eines Anteils von 0.2 wurden dabei der Übersichtlichkeit halber ausgeblendet. Nach einer Anfangsphase pendeln sich die Kurven auf relativ stabile Werte ein. Transition t_9 ist dabei bei weitem am häufigst. Interessant ist, dass Transitionen die zueinander symmetrisch sind, wie z.B. t_1 und t_4, nicht bei ähnlichen Endwerten landen. Dies zeigt, dass die Anfangsentwicklung der Raumuniversen wichtig ist und dass bei unterschiedlichen Anfangsentwicklungen sich auch die weiteren Raumuniversenfolgen unterscheiden.

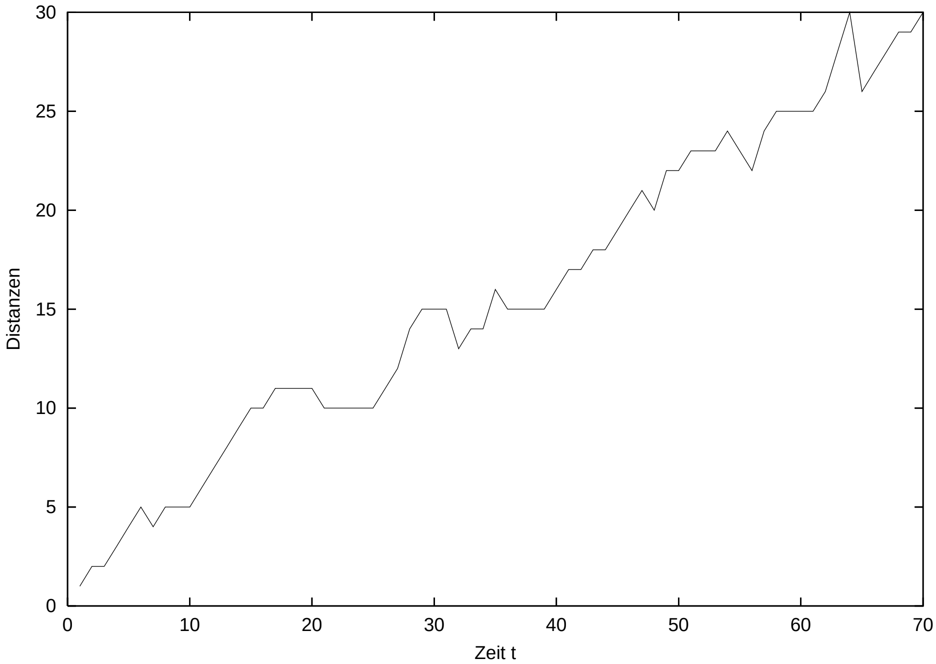


Abbildung 18: Ausdehnung der Raumuniversen

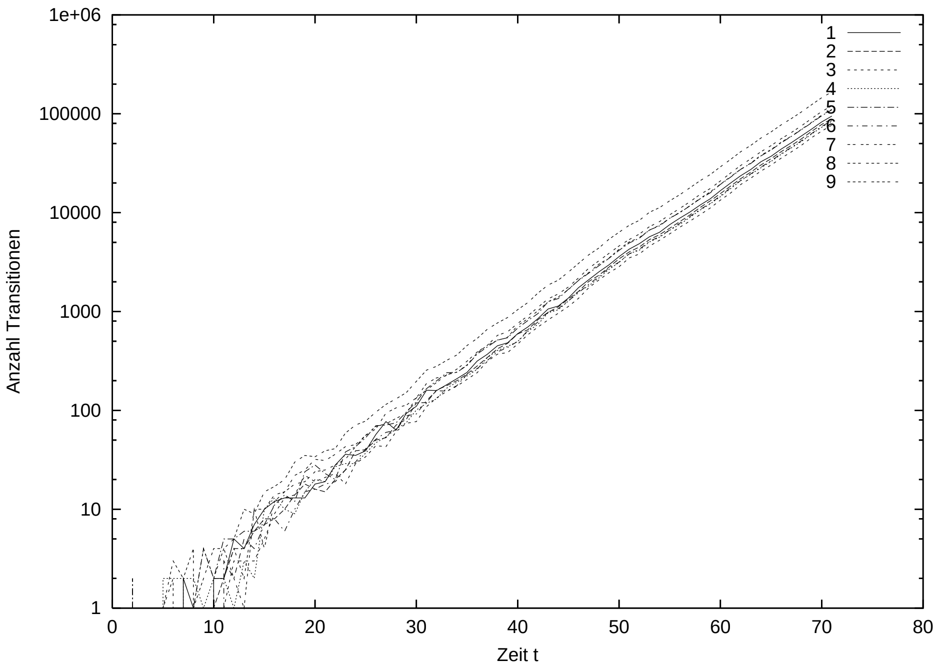


Abbildung 19: Anzahl der Transitionen in den Raumuniversen

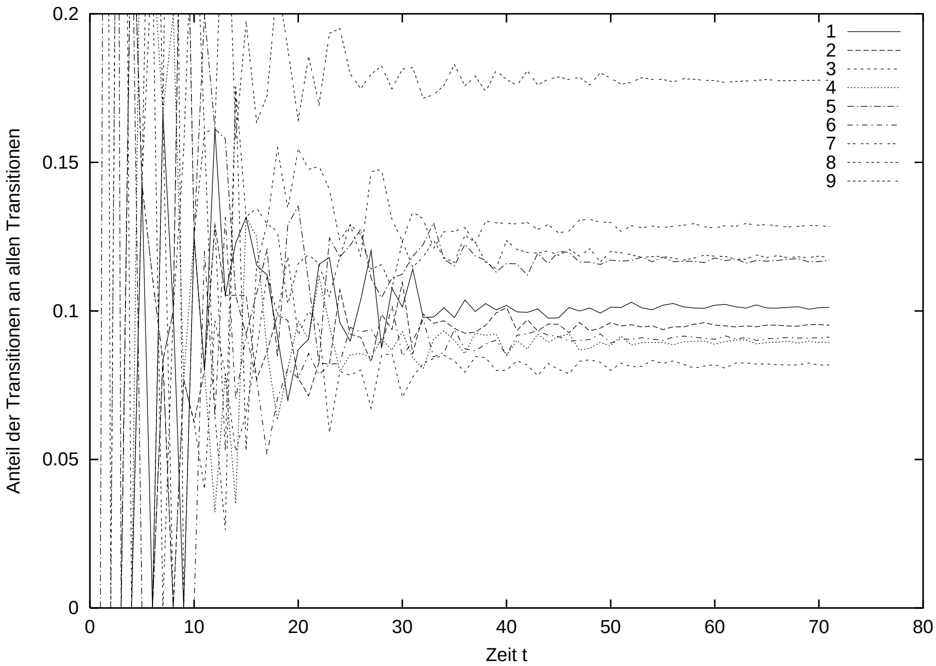


Abbildung 20: Anteil der Transitionen in den Raumuniversen

9.1 Raster

Um die lokalen Strukturen und Entwicklungsverläufe besser Untersuchen zu können, wurde, wenn ein Raumuniversum der Folge eine bestimmte Größe überschritten hatte, ein Menge von näher benachbarten Punkten aus ihm als Raster ausgewählt.

Als erster Punkt wurde dabei der älteste Punkt des Raumuniversums (der erste der zugehörigen Liste) ins Raster eingefügt. Der nächste Punkt wurde aus der Punktmenge der Oberfläche im Abstand drei zum Raster gewählt. Für alle nachfolgenden Punkte wurde, aus dem Schnitt von der Oberfläche im Abstand drei zum Raster und der Oberfläche im Abstand drei zur Menge des letzten gewählten Punktes, ein Punkt ausgewählt. Der letzte gewählte Punkt wurde dann zum Raster hinzugefügt und der aktuelle gewählte Punkt wurde zum letztem gewählten Punkt. Dies wurde solange wiederholt bis 200 Punkte im Raster waren.

Das gleiche Raster von Punkten wurden dann bei den nachfolgenden Raumuniversen untersucht.

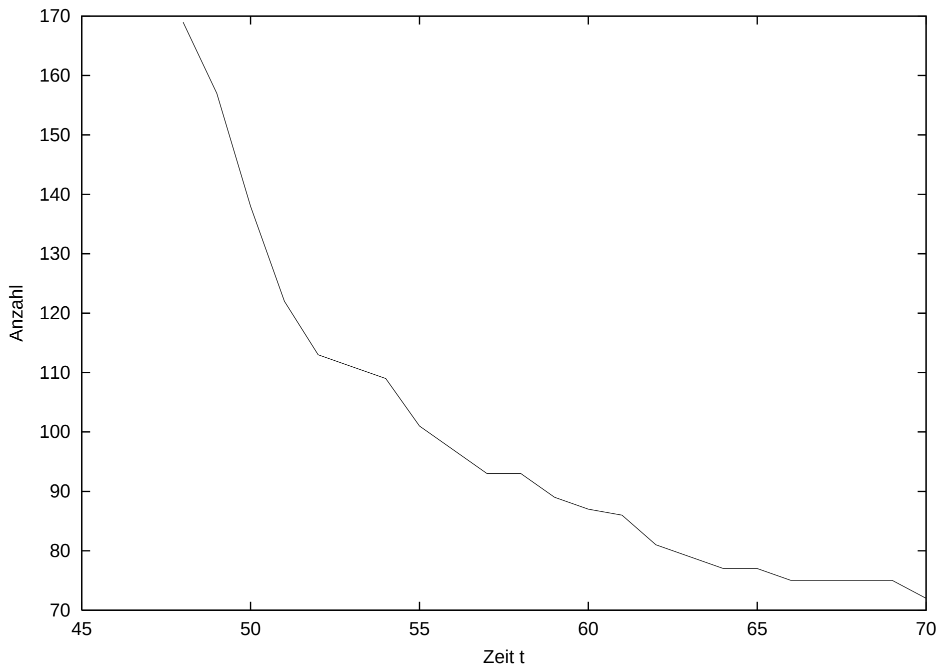


Abbildung 21: Anzahl der Punkte im Raster

Da Punkte aus den Raumuniversen und damit aus dem Raster, wenn kleinere zusammenhängende Teile des Raumuniversen gelöscht werden, entfernt werden können, nimmt die Anzahl der Punkte im Raster stetig ab. Dies ist in Abbildung 21 zu sehen, dort sind die Anzahlen der Punkte im Raster für die einzelnen Raumuniversen zu sehen. Nach einem starken Abfall am Anfang schwächt sich dieser mit der Zeit ab. Punkte die schon älter sind, haben demnach eine höhere Wahrscheinlichkeit auch noch eine längere zukünftige Lebensspanne zu haben.

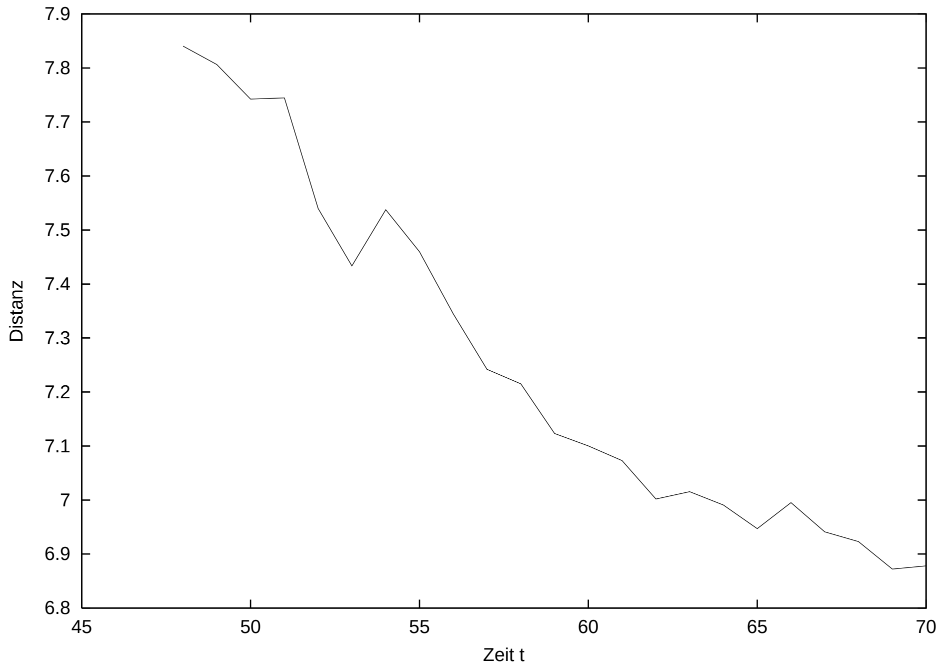


Abbildung 22: Durchschnittlicher Abstand zwischen den Punkten

Abbildung 22 zeigt den durchschnittlichen Abstand zwischen den Punkten im Raster. Die Abnahme der Kurve könnte schon allein mit der Abnahme der Punkte im Raster erklärbar sein. Hier wäre es sinnvoll, nur Punkte zu betrachten die auch in allen Raumuniversen vorhanden sind.

In Abbildung 23 sind die durchschnittlichen Anzahlen von Punkten, positiven und negativen Distanzen innerhalb des Abstands drei zu den Rasterpunkten zu sehen. Deutlich zu sehen ist ein Anstieg dieser, wobei die Kurven zwar ähnlich Verlaufen, aber die Kurve der positiven Distanzen, anders als in Abbildung 16, über der der negativen Distanzen liegt. Desweiteren liegt die Anzahl der Punkte unter den Anzahlen für die Arten von Distanzen, anders als in Abbildung 16 Seite 41 für die ganzen Raumuniversen.

In Abbildung 24 ist der Unterschied der Anzahlen der Arten der Distanzen dargestellt, dabei wurde der Durchschnitt der Differenz von positiven und negativen Distanzen ((positiven Distanzen) − (negativen Distanzen)) dargestellt. Zu sehen ist eine deutliche Zuname dieser Differenz. Es gibt also zunehmend mehr positive Distanzen als negative Distanzen innerhalb des Abstands drei zu den Rasterpunkten und das obwohl die beiden Arten von Distanz in der gleichen Anzahl an den gleichen Orten entstehen.

Abbildung 25 zeigt die maximale Anzahl von Punkten, positiven und negativen Distanzen innerhalb des Abstands drei zu den Rasterpunkten. Die Werte der Kurven sind deutlich höher, als die des Durchschnitts aus Abbildung 23.

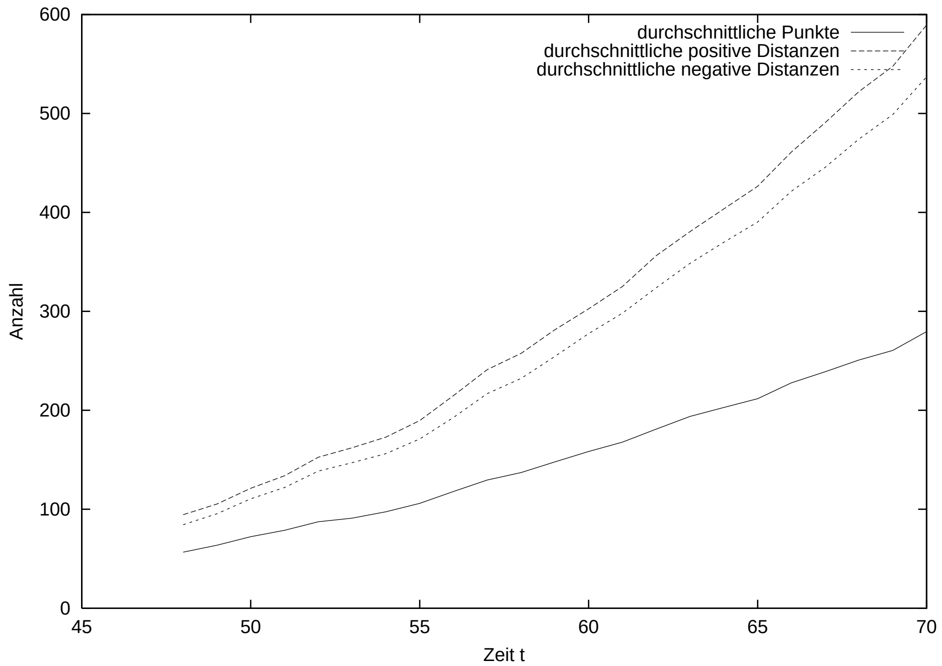


Abbildung 23: Durchschnittliche Anzahl von Punkten, negativen und positiven Distanzen im Abstand 3 zu den Rasterpunkten

In Abbildung 26 ist dagegen die minimale Anzahl von Punkten, positiven und negativen Distanzen innerhalb des Abstands drei zu den Rasterpunkten zu sehen. Hier sind die Werte der Kurven deutlich geringer, als die des Durchschnitts aus Abbildung 23. Es gibt also lokale Unterschiede in der Struktur der Raumuniversen.

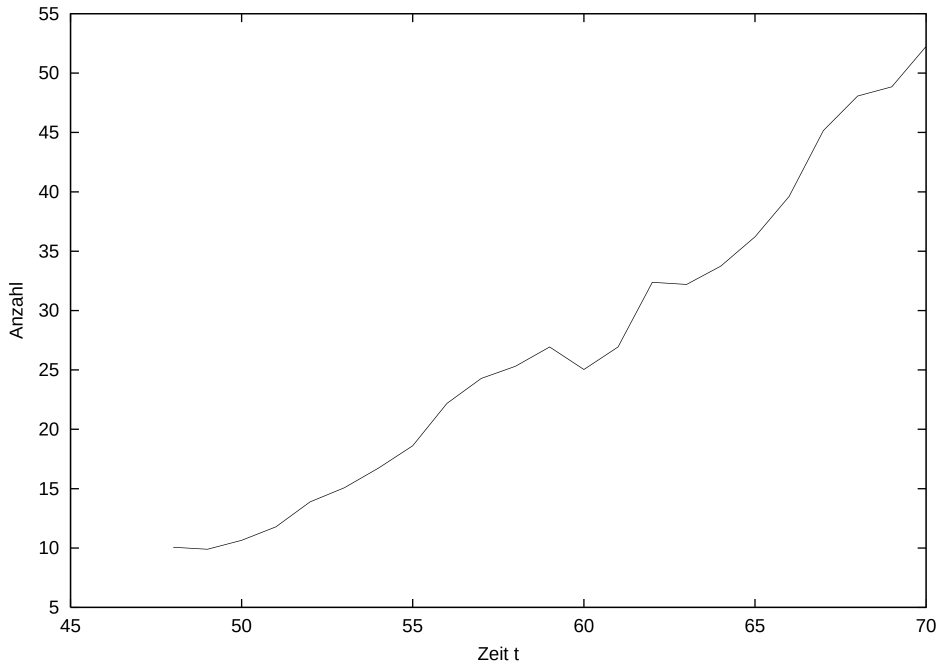


Abbildung 24: Durchschnittliche Differenz von positiven und negativen Distanzen im Abstand 3 zu den Rasterpunkten

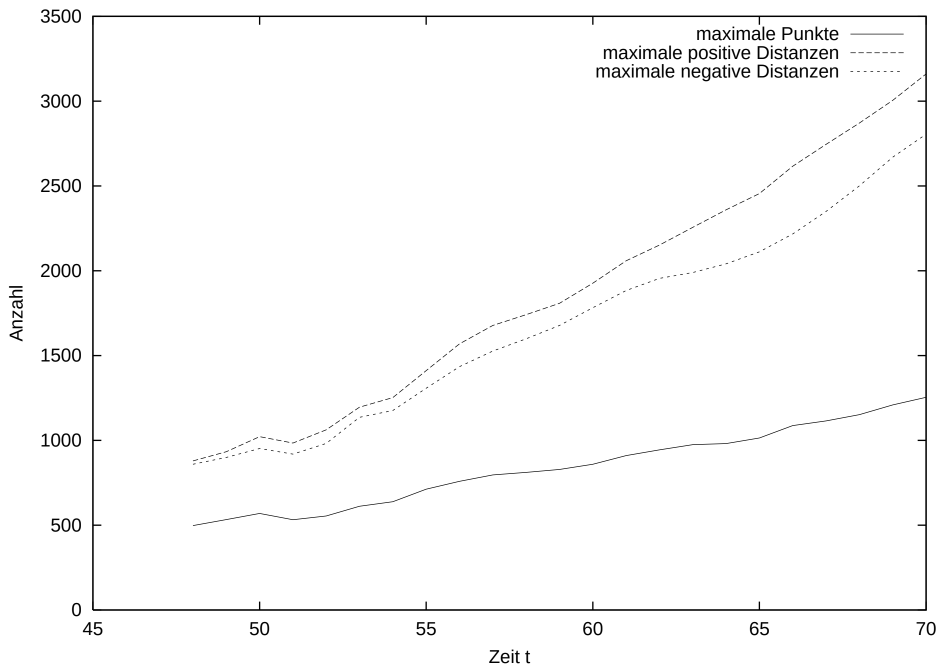


Abbildung 25: Maximale Anzahl von Punkten, negativen und positiven Distanzen im Abstand 3 zu den Rasterpunkten

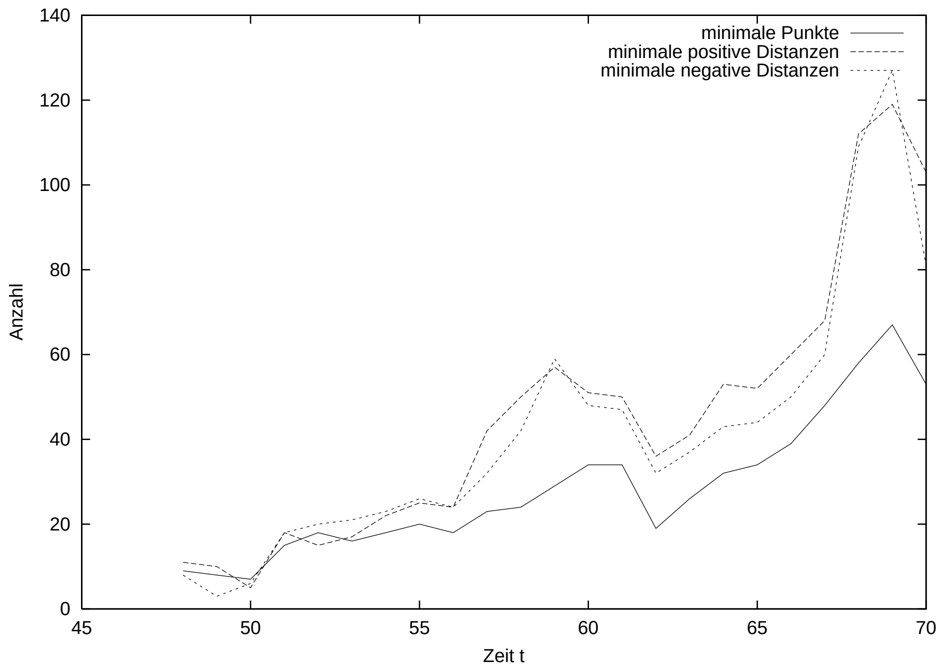


Abbildung 26: Minimale Anzahl von Punkten, negativen und positiven Distanzen im Abstand 3 zu den Rasterpunkten

10 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde eine Theorie zu einem Universum vorgestellt, welches auf dem Grundkonstrukt von zwei gegensätzlichen Arten von Distanzen aufbaut, die sich gegenseitig aufheben. Selbst wenn dieses Universum dem Unsrigen nicht nahe kommt, kann es als Beispiel dienen, wie eine umfassende Theorie für ein Universum aussehen könnte. Auch kann die Untersuchung des vorgestellten Universums interessante Ergebnisse liefern.

Die Aufgestellten grundlegende physikalisch Eigenschaften, die versucht wurden zu realisieren, wurden zumindest größtenteils realisiert.

Die **kleinsten Einheiten** im Universum sind die Distanzen aus denen alles besteht. Dabei entstehen die Distanzen nur paarweise und heben sich gegenseitig auf. Dadurch ist die Vereinigung aller Distanzen in einem Raumuniversum des Universums gleich null Distanzen bzw. nichts. In diesen Sinne gibt es also zu einer beliebigen Zeit im ganzen Universum insgesamt Null Distanzen und es entsteht niemals etwas aus dem nichts (**Masse- und Energieerhaltung**), da insgesamt immer genauso viel vorhanden ist.

Auf der anderen Seite kann doch etwas **Neues entstehen** und zwar Strukturen von Distanzen, dadurch ist es möglich, dass aus nichts etwas entsteht.

Wie im Abschnitt 4.2 auf Seite 29 erläutert sind **Nachbarschaftsbeziehungen** (die Bewegungen in ihnen erlauben) sehr wahrscheinlich.

Ob es allerdings zur Ausbildung von etwas wie **Dimensionen/Richtungen** im Universum kommt ist von mir noch nicht beantwortbar, da dafür tiefer gehende Untersuchungen nötig sind. Dabei ist zu beachten, dass diese Dimensionen/Richtungen nicht hunderprozentig der euklidischen Geometrie entsprechen müssen.

Die **Zeit** wird durch die Transitionen definiert, sie ist vom Raum(-universum) verschieden.

Was **Wahrscheinlichkeiten** in diesen Universum sind, wird durch die Definitionen in Abschnitt 2.3 Seite 7 definiert.

Das das Universum **komplexe Strukturen** und Zusammenhänge ausbilden kann, wird durch die Auswertung der Testreihe in Abschnitt 9 Seite 40 gezeigt.

11 Ausblick

Mit mehr Testreihen werden tiefere Einblicke in Verlauf und Auswirkungen im Universum gewonnen werden.

Durch das Erstellen und Verwenden von speziellen Anfangsraumuniversums, z.B. Raumuniversen mit vielen positiven Distanzen auf wenigen Punkten, kann die Auswirkung von speziellen Strukturen im Universum untersucht werden. Da alle Transitionen bzw. Veränderungen und Effekte nur lokal sind, dürften sich die Vorgänge und Zusammenhänge in großen gleichmäßigen Bereichen einer Raumuniversenfolge, auch bei einem kleinen Anfangsraumuniversums mit vergleichbaren Strukturen ähnlich verhalten.

Weitere Analyseverfahren werden bessere Untersuchungsmöglichkeiten für das Universum bieten. Indem, bei der Untersuchung von Rastern, nur die Punkte des Rasters betrachtet werden, die in allen untersuchten Raumuniversen vorhanden sind, kann das Verhältnis der Punkte zueinander, die Umgebung der Punkte und die auftretenden Veränderungen besser untersucht werden.

Auch wäre die Betrachtung der Umgebung einzelner Rasterpunkte, zur Untersuchung der lokalen Entwicklungen, hilfreich.

All diese Untersuchungen sollten dazu dienen einfachere Gesetzmäßigkeiten im Universum zu identifizieren, so dass um Zusammenhänge und Verläufe zu erklären nicht unbedingt eine Simulation des entsprechenden Teils des Universums nötig ist. Solche einfachere Gesetzmäßigkeiten könnten Beispielsweise die Bewegungsgesetze für bestimmte größtere Strukturen (z.B. Teilchen) sein.

Zu dem Suchen von Gesetzmäßigkeiten gehört auch, dass identifizieren von Strukturfolgenarten. Strukturfolgen sollen dabei eine Anzahl von aufeinander folgenden Strukturen im Universum sein. Dies könnte z.B. eine Struktur sein, die sich nicht wesentlich verändert, oder eine Strukturfolge, die sich öfter zyklisch wiederholen oder auftauchen kann. Gesucht werden Beispielsweise Strukturfolgen mit unterschiedlichen Überlebens- oder Auftauchwahrscheinlichkeiten, Strukturen, die eine Expansion begünstigen, oder Strukturen, die ihre eigene Wahrscheinlichkeit verändern, sich selbst z.B. Wahrscheinlicher machen. Zu solchen Strukturfolgen sind dann die Eigenschaften zu identifizieren, die ihre Verhalten erklären.

12 Multimenge

Zur Vereinfachung der Definitionen wird hier der Begriff der Multimengen mit zugehörigen Operatoren definiert.

Definition 31 *Eine **Multimenge** enthält eine Anzahl von Elementen. In einer Multimenge sind die Elemente ungeordnet und können mehrfach vorkommen.*

Definition 32 *Zwei **Multimenge** M_1 **und** M_2 **sind gleich** ($M_1 = M_2$), wenn die Multimenge M_1 die gleichen Elemente in der gleichen Anzahl wie der Multimenge M_2 enthält.*

Definition 33 *Die **Differenz** $\setminus$ **zweier Multimenge** M_1 und M_2 ($M_1 \setminus M_2 = M_3$), ist die Multimenge M_3 die entsteht, wenn für jedes Element der Multimenge M_2 ein gleiches Element aus der Multimenge M_1 gelöscht wird, wenn möglich.*

Definition 34 *Die **Vereinigung** $\cup$ **zweier Multimenge** M_1 **und** M_2 ($M_1 \cup M_2 = M_3$), ist die Multimenge M_3 die entsteht, wenn die Element der Multimenge M_1 zu den Elementen der Multimenge M_2 hinzugefügt werden. Die Anzahl der Elemente in der Multimenge M_3 ist gleich die Summe der Anzahlen der gleichen Elemente in den Multimengen M_1 und M_2.*

Definition 35 *Der* ***Durchschnitt*** $\cap$ ***zweier Multimenge*** M_1 ***und*** M_2 *(*$M_1 \cap M_2 = M_3$*), ist* $M_3 = M_1 \cap M_2 = M_1 \setminus (M_1 \setminus M_2)$*, bzw. im Durchschnitt* M_3 *ist die Anzahl eines Elementes gleich der minimalen Anzahl des gleichen Elementes in den Multimengen* M_1 *und* M_2*.*

Definition 36 *Die* ***Teilmengenbeziehung zweier Multimenge*** M_1 ***und*** M_2 *(*$M_1 \subseteq M_2$*) ist definiert durch* $M_1 \subseteq M_2 \Leftrightarrow ((M_2 \setminus M_1) \cup M_1 = M_2)$ *, bzw. alle Elemente der Multimenge* M_1 *kommen mindestens in der gleichen Anzahl in der Multimenge* M_2 *vor.*

Definition 37 *Die* ***echte Teilmengenbeziehung zweier Multimenge*** M_1 ***und*** M_2 *(*$M_1 \subset M_2$*) ist definiert durch* $(M_1 \subseteq M_2) \wedge (M_1 \neq M_2) \Leftrightarrow (M_1 \subset M_2)$ *.*

Definition 38 *Der* ***Betrag*** *einer Multimenge* M *(*$|M|$*) ist die Summe der Anzahlen in der die Elemente enthalten sind.*

13 GNU Free Documentation License

Eine deutsche Übersetzung der „GNU Free Documentation License“ ist unter `de.wikipedia.org/wiki/GNU_FDL/Text` zu finden. Diese ist eine inoffizielle deutsche Übersetzung der GNU Free Documentation License. Sie ist nicht von der Free Software Foundation herausgegeben und erläutert nicht die Bedingungen der GNU FDL – Dies tut nur der nachfolgend original englische Text der GNU FDL.

GNU Free Documentation License
Version 1.2, November 2002
Copyright (C) 2000,2001,2002 Free Software Foundation, Inc.
51 Franklin St, Fifth Floor, Boston, MA 02110-1301 USA Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies of this license document, but changing it is not allowed.

PREAMBLE

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document „free“ in the sense of freedom: to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially or noncommercially. Secondarily, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.

This License is a kind of „copyleft“, which means that derivative works of the document must themselves be free in the same sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation: a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or reference.

APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed under the terms of this License. Such a notice grants a world-wide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The „Document“, below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as „you“. You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A MModified Versionöf the Document means any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A SSecondary Sectionïs a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors of the Document to the Document's overall subject (or to related matters) and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part a textbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics.) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The „Invariant Sections“ are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections, in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. If the Document does not identify any Invariant Sections then there are none.

The „Cover Texts“ are certain short passages of text that are listed, as Front-Cover Texts or Back-Cover Texts, in the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Text may be at most 5 words, and a Back-Cover Text may be at most 25 words.

A „Transparent“ copy of the Document means a machine-readable copy, represented in a format whose specification is available to the general public, that is suitable for revising the document straightforwardly with generic text editors or (for images composed of pixels) generic paint programs or (for drawings) some widely available drawing editor, and that is suitable for input to text formatters or for automatic translation to a variety of formats suitable for input to text formatters. A copy made in an otherwise Transparent file format whose markup, or absence of markup, has been arranged to thwart or discourage subsequent modification by readers is not Transparent. An image format is not Transparent if used for any substantial amount of text. A copy that is not „Transparent“ is called „Opaque“.

Examples of suitable formats for Transparent copies include plain ASCII without markup, Texinfo input format, LaTeX input format, SGML or XML using a publicly available DTD, and standard-conforming simple HTML, PostScript or PDF designed for human modification. Examples of transparent image formats include PNG, XCF and JPG. Opaque formats include proprietary formats that can be read and edited only by proprietary word processors, SGML or XML for which the DTD and/or processing tools are not generally available, and the machine-generated HTML, PostScript or PDF produced by some word processors for output purposes only.

The „Title Page“ means, for a printed book, the title page itself, plus such following pages as are needed to hold, legibly, the material this

License requires to appear in the title page. For works in formats which do not have any title page as such, „Title Page“ means the text near the most prominent appearance of the work's title, preceding the beginning of the body of the text.

A section „Entitled XYZ“ means a named subunit of the Document whose title either is precisely XYZ or contains XYZ in parentheses following text that translates XYZ in another language. (Here XYZ stands for a specific section name mentioned below, such as „Acknowledgements“, „Dedications“, „Endorsements“, or „History“.) To „Preserve the Title“ of such a section when you modify the Document means that it remains a section „Entitled XYZ“ according to this definition.

The Document may include Warranty Disclaimers next to the notice which states that this License applies to the Document. These Warranty Disclaimers are considered to be included by reference in this License, but only as regards disclaiming warranties: any other implication that these Warranty Disclaimers may have is void and has no effect on the meaning of this License.

VERBATIM COPYING

You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

COPYING IN QUANTITY

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document's license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts: Front-Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full title with all words of the title equally prominent and visible. You may add other material on the covers in addition.

Copying with changes limited to the covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

MODIFICATIONS

You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.

B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modifications in the Modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document (all of its principal authors, if it has fewer than five), unless they release you from this requirement.

C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.

D. Preserve all the copyright notices of the Document.

E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.

F. Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.

G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.

H. Include an unaltered copy of this License.

I. Preserve the section Entitled „History“, Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled „History“ in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified Version as stated in the previous sentence.

J. Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the „History“ section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.

K. For any section Entitled „Acknowledgements“ or „Dedications“, Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.

L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.

M. Delete any section Entitled „Endorsements“. Such a section may not be included in the Modified Version.

N. Do not retitle any existing section to be Entitled „Endorsements“ or to conflict in title with any Invariant Section.

O. Preserve any Warranty Disclaimers.

If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled „Endorsements“, provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various parties–for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

COMBINING DOCUMENTS

You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled „History“ in the various original documents, forming one section Entitled „History“; likewise combine any sections Entitled „Acknowledgements“, and any sections Entitled „Dedications“. You must delete all sections Entitled „Endorsements“.

COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an „aggregate“ if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation's users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document's Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled „Acknowledgements“, „Dedications“, or „History“, the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided for under this License. Any other attempt to copy, modify, sublicense or distribute the Document is void, and will automatically terminate your rights under this License. However, parties who have received copies, or rights, from you under this License will not have their licenses terminated so long as such parties remain in full compliance.

FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See http://www.gnu.org/copyleft/.

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version“ applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation.

ADDENDUM: How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page:

```
Copyright (c)  YEAR  YOUR NAME.

Permission is granted to copy, distribute
and/or modify this document under the
terms of the GNU Free Documentation License,
Version 1.2 or any later version published
by the Free Software Foundation; with no
Invariant Sections, no Front-Cover Texts,
and no Back-Cover Texts. A copy of the
license is included in the section entitled
"‘GNU Free Documentation License"’.
```

If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the „with...Texts.“ line with this:

```
with the Invariant Sections being LIST
THEIR TITLES, with the Front-Cover
Texts being LIST, and with the
Back-Cover Texts being LIST.
```

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.

Index